Zur
Logik und Kategorienlehre der mathematischen Gegenstände.

(Zur Ganzheit des theoretischen Gegenstandes, mit besonderem Hinblick auf das mathematische Existenzproblem.)

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde

der hohen philosophischen Fakultät

der Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen

vorgelegt von

Fritz Kaulbach

aus Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 29. Juni 1937.

1937

Buchdruckerei Karl Döres, Erlangen, Jägerstraße 3.

1938/131

Referent: Professor Dr. E. Herrigel.
Correferent: Professor Dr. O. Haupt.
Dekan: Professor Dr. E. Herrigel.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Dem Andenken
an meinen geliebten Vater!

Inhalt:

I. Kapitel.

Seite

Der philosophische Sinn der Frage nach der Ermöglichung der mathematischen Existenz 5

II. Kapitel.

Das logische Gefüge der mathematischen Gegenstände 23
1. Die Kantsche Lehre von Verstand und Anschauung . . . 23
2. Die Sätze der Identität und des Widerspruchs in ihrem Verhältnis zum theoretischen Gegenstande 30
3. Die theoretische Reflexion 40
4. Setzung und Entgegensetzung als Kategorien 41
5. Die gegenseitige Beziehung zwischen Identität und Widerspruch als Grund der Existenz der Einzelkategorie . . . 46
6. Die kategorialen Einzelformen 54
7. Die beiden kategorialen Bereiche 55
8. Die homogene Reflexion 65
9. Die philosophische Deutung der mathematischen Gegenstände 74

III. Kapitel.

Die Darstellung des Formalismus und Intuitionismus ihrem philosophischen Gehalte nach 93
Der Formalismus 93
Kritik am Formalismus 103
Der Intuitionismus 107
Kritik am Intuitionismus 115

IV. Kapitel.

Die kategoriale Einheit über realer und idealer Form 120
1. Die philosophischen Bedingungen dieser Einheit 120
2. Die sich aus der ganzheitl. Einheit ergebenden Folgerungen für die Mathematik 140

Anhang 154

I. Kapitel.

Der philosophische Sinn der Frage nach der Ermöglichung der mathematischen Existenz.

Das berühmte Problem Kants, unter welcher Bedingung objektive Erkenntnis möglich sei, ist im Bereich der mathematischen Wissenschaft in letzter Zeit von neuem gestellt worden. Seine Formulierung, die es von der positiven Forschung selber erhalten hat, lautet: Wie ist mathematische Existenz möglich? Freilich ist zu bedenken, daß ein Möglichkeitsproblem, welches der Mathematiker für die Gegenstände seiner Wissenschaft aus Gründen stellt, die aus dem Interesse des ungestörten und sicheren Fortgangs der mathematischen Forschung entspringen, nicht denselben Sinn haben kann, wie eine philosophische Frage nach der Ermöglichung der objektiven Existenz der mathematischen Gegenstände. Diese Tatsache hindert aber nicht zu fragen, ob nicht eine vom Mathematiker betriebene Untersuchung über die Grundlagen der mathematischen Wissenschaft auf philosophischen, vom positiven Forscher nicht eigens zu beachtenden Voraussetzungen beruht, so daß also auf dem Grunde der mathematischen Fragestellung ein Problem philosophischer Natur gelegen ist. Um das zu entscheiden, ist es notwendig, überhaupt auf das Wesen des Verhältnisses kurz einzugehen, welches zwischen mathematischer und philosophischer Grundlagenforschung besteht.

Wenn es der Wissenschaftler unternimmt, die Grundlagen, auf denen er seine Forschung treibt, zu untersuchen, so besteht sein Vorgehen darin, daß er diejenigen allgemeinen Grundsätze aufsucht, die nach seiner Ansicht bestimmend sind für jeden Gegenstand seiner Wissenschaft. Zum Wesen des Gegenstandseins gehört es dann, diesen allgemeinen, logischen Gesetzen des wissenschaftlichen Denkens überhaupt zu gehorchen.[1]) Die Suche nach diesen logischen Regeln geschieht beim Mathematiker zu dem Zwecke, sie nach ihrer Auffindung auf die Gegenstände der Mathematik zum Ziele ihrer

1) Dies gilt, soweit von den einzelnen Forschern die Gültigkeit der logischen Form überhaupt anerkannt, und ihr nicht, wie beim Intuitionismus, die allgemeine, unbedingte Gültigkeit abgesprochen wird.

erkenntnismäßigen Erfassung unmittelbar anzuwenden. Sie haben daher im wesentlichen keinen anderen Sinn, als alle anderen mathematischen Sätze und Regeln, da es ja auch bei diesen nur darauf ankommt, sie anzuwenden auf einen engeren oder weiteren Bereich mathematischen Gegenstände. Der einzige Unterschied zwischen den logischen Grundlagenregeln und den positiv mathematischen Sätzen ist der, daß die ersten in unbeschränkter Allgemeinheit jedes mathematische Denken überhaupt beherrschen, während die anderen nur für das Gebiet eines abgegrenzten mathematischen Gegenstandsbereiches Gültigkeit besitzen.

Derjenige mathematische Gegenstand, welcher den von der Grundlagenforschung aufgestellten Sätzen genügt, wird vom Mathematiker „existent" genannt. Das Hauptthema jeder mathematischen Grundlagenforschung besteht demnach in der Aufstellung und dem Studium der die Existenz verbürgenden allgemein logischen Verstandesregeln.

Auch die Philosophie unternimmt es in der sogenannten formalen Logik, die logischen Formen zu untersuchen, durch die alles vom Denken erfaßte gegenständliche Sein bestimmt wird. Das Studium der formalen Logik bildet einen wesentlichen Teil der Untersuchung, welche die Philosophie über die Grundlagen einer Wissenschaft, im besonderen der mathematischen Wissenschaft, aufnimmt. So ist die Beantwortung der Frage, worin sich philosophische und mathematische Grundlagenforschung unterscheiden und wie sie zusammenhängen, dann entschieden, wenn der Unterschied feststeht zwischen der formalen Logik der Philosophie und der Grundlagenlogik der Mathematik.

K a n t übernimmt in seine Transzendentalphilosophie die seit Aristoteles bestehende „formale" Logik als das Gebiet derjenigen Verstandesregeln, denen ein wirklicher oder auch nur möglicher Gegenstand zu unterstehen hat, wenn er „Gegenstand" sein soll. Freilich erhält sie dadurch, daß sie der transzendentalen Logik gegenübergestellt wird und auf sie bezogen ist, einen neuen Sinn.

Bekanntlich wird der Erkenntnisgegenstand im transcendentalen Ansatz durch die ursprünglichen Akte der subjektiven Verstandesformen, der Kategorien, erzeugt. Mit dem Gegenstand zugleich werden auch alle formalen Regeln und Gesetze, denen dieser Gegenstand untersteht und welche von der formalen Logik herausgestellt werden, mitgeschaffen. Die formale Logik ist für K a n t nur deshalb philosophisch sinnvoll, weil sie in diesem transcendentalen Zusammenhang steht, d. h. weil sie diejenigen Formen untersucht, welche von der transzendentalen Kategorie dem von ihr erschaffenen Gegenstand aufgeprägt werden. Die Berechtigung der formalen Form gründet sich nur auf den Bezug, den sie zur tran-

szendentalen Ermöglichungsform, der Kategorie, aufweist. Als eine Folge dieser Auffassung müßte sich für die Sätze der formalen Logik eine Kennzeichnung ergeben, der freilich in den Augen Kants selber aus gewissen Gründen[1]) keine Berechtigung zukäme. Diese Kennzeichnung der formalen Sätze müßte, an dem Beispiel des Satzes der Identität: A=A durchgeführt, etwa folgendermaßen lauten: Zu dem formalen Satz der Identität muß eine Kategorie[2]) der Identität existieren, welche die Gegenstände in der Weise konstituiert, daß es zum Wesen eines jeden Gegenstandes gehört, mit sich selbst identisch zu sein, d. h. daß von jedem Gegenstande A der formale Satz: A=A gilt.

Auch in der vorkantischen Logik, für die es noch keine Unterscheidung zwischen formaler Form und transzendentaler Ermöglichungsform gibt, läßt sich der Sinn der philosophischen Logik eindeutig gegenüber jeder andern, von einer positiven Wissenschaft betriebenen Logik festlegen. Die eindeutig bestimmte Aufgabe der formalen Logik hat man nämlich darin zu sehen, daß sie diejenigen Arten anzugeben hat, durch welche sich das Besondere zum Allgemeinen verhalten kann. Das bedeutet, daß das Thema der formalen Logik und der von ihr untersuchten Formen in der Subsumption des Besonderen unter das Allgemeine besteht. Die logische unterscheidung zwischen Besonderem und Allgemeinem ist aber, zugleich als philosophischer Unterschied genommen, nur auf Grund eines ursprünglichen metaphysischen[1]) Unterschiedes zwischen Ideellem und Nichtideellem, zwischen Formhaftem und Stoffhaftem möglich, und das ist gleichbedeutend damit, daß die Entgegensetzung: Besonderes—Allgemeines sich auf die „Transzendenz" der Idee über die Materie gründet. Nur weil in dieser Transzendenz auch die formale Logik ursprünglich begründet und metaphysisch fundiert ist, besteht für sie die Berechtigung, eine philosophische Disziplin zu heißen.

Wenn es also auch eine grundlegende Aufgabe der philosophischen Logik ist, die Regeln aufzustellen, denen der Gegenstand als solcher unterworfen ist, so kommt es ihr nicht darauf an, von

---

1) Siehe auch Anm. V. des Anhangs.

2) Mit welchem Rechte man von einer Kategorie der Identität zu sprechen hat, geht aus Späterem hervor.

1) Der Gebrauch des Begriffes metaphysisch erhält hier deshalb seine Rechtfertigung, weil es sich hier bei der Unterscheidung der Seinsgebiete Idee und Nichtidee um einen ursprünglichen, nicht mehr theoretisch, wohl aber weltanschaulich zu erfassenden Unterschied handelt. Die Bestimmung des Verhältnisses zwischen diesen Gebieten setzt eine weltanschauliche Entscheidung voraus, die alles philosophische Reflektieren darüber erst von Grund aus bestimmt und möglich macht.

den gewonnenen Gesetzen einen Anwendungsgebrauch auf positivwissenschaftliche Sachverhalte zu machen, wie das in der von der Mathematik betriebenen Logik der Fall ist. Wenn sich der Mathematiker mit den Gesetzen der Logik befaßt, so treibt er deswegen noch keine Logik im philosophischen Sinne, er hat seine mathematische Logik, deren Grundsätze er so ausbaut, wie er sie am vorteilhaftesten für seine Wissenschaft anwenden kann. Die logischen Regeln der philosophischen und der mathematischen Logik können ganz gleich lauten — was in Wirklichkeit auch der Fall ist, denn Hilbert z. B. übernimmt die Aristotelische Logik mit in seine Beweistheorie, wenn er sie auch formalistisch umdeutet und ausbaut —, beide Logiken können dasselbe Material von Formen vor sich haben, sie sind doch grundlegend verschieden, und zwar deshalb, weil dieses Material von Formen für sie jeweils einen ganz verschiedenen Sinn und ganz verschiedene Bedeutung erhält.

Trotzdem aber hat die Fragestellung des Mathematikers auch eine philosophische Bedeutung, wenn er sich dieser auch nicht bewußt zu sein und sich nicht um sie zu kümmern braucht. Denn der Grundlagenforscher der positiven Wissenschaft trifft immer schon da von vornherein eine philosophische Entscheidung, wo er die Gültigkeit einer Logik und deren Anwendbarkeit auf seine mathematischen Gegenstände zugibt, also den Sätzen dieser betreffenden Logik die Berechtigung zuerkennt, maßgebend zu sein für die Existenz oder Nichtexistenz eines Gegenstandes. So bekennt er sich z. B. philosophisch zum Idealismus oder zum Intuitionismus, je nachdem die von ihm zur Richtschnur der Existenz gewählten logischen Grundsätze idealistisch oder intuitionistisch fundiert sind. Dieser Entscheidung liegt ein philosophischer Sinn zu Grunde. Denn immer da, wo eine Auseinandersetzung stattfindet zwischen Idealismus und einer anderen Richtung, also z. B. dem Intuitionismus, wo es also um die Entscheidung geht, ob dem Logos die Ermöglichung des Seins zuzuerkennen ist, oder ob dieses im unmittelbaren „Erleben" seinen Grund hat, ist Metaphysik anwesend, oder genauer gesagt: tritt die allem theoretischen Erkennen den Grund gebende und daher ständig, wenn auch meist ungesehen anwesende Metaphysik ausdrücklich in das Bewußtsein. Daher erwächst hier dem Philosophen die Aufgabe, den Sinn einer solchen metaphysischen Entscheidung klarzulegen und auf ihre philosophische Berechtigung und Tragweite zu prüfen.

Wenn die Lösung der mathematischen Ermöglichungsfrage in der Aufstellung logischer Regeln geschieht, auf denen die Wissenschaft mit Sicherheit weiterbauen kann, so muß in der entsprechenden Frage nach der philosophischen Ermöglichung untersucht werden, unter welchen Bedingungen überhaupt eine von der Seite der

positiven Wissenschaft gestellte Grundlagenfrage und eine logische Regel der gegenständlichen Existenz möglich ist.

Damit soll aber der Philosophie natürlich nicht die Aufgabe zugeschoben sein, immer nur da klärend und erklärend einzutreten, wo eine Wissenschaft in die Lage gebracht wird, eine Revision ihrer Grundlagen vornehmen zu müssen. Es soll nicht behauptet werden, daß die Philosophie auf die Zeit warten müßte, in der ihr diese Aufgabe von außen her aufgedrängt wird. Ebensowenig ist sie dazu da, nur dann, wenn sich in der Wissenschaft neues Material angesammelt hat, eine metaphysische Deutung dieses Materials vorzunehmen. Wenn sich in einer solchen Aufgabe das Wesen der Philosophie erschöpfte, so hätte sie gar keine Berechtigung, selber Fragen zu stellen, da es ja dann nur auf eine methodologische Untersuchung und eine Ordnung des wissenschaftlichen Materials ankäme. Jede echt philosophische Fragestellung wäre so unmöglich gemacht. Die Berechtigung einer Ermöglichungsfrage wie der philosophischen Existenzfrage liegt nur dann vor, wenn die Philosophie aus sich selber heraus gedrängt wird, neu zu fragen, und wenn es sicher ist, daß dieser Frage ein neuer philosophischer Sinn beigelegt werden muß. Die philosophische Frage wird nicht legitimiert durch Gründe, die außerhalb der Philosophie liegen, sondern nur durch eine innere philosophische Notwendigkeit selber.

Welches ist aber dieser neue Sinn, welcher den Grund gibt, das transzendentale Problem nach der Ermöglichung der mathematischen Existenz neu zu stellen?

Kant war es um den Nachweis zu tun, daß die Objektivität (= Existenz) der wissenschaftlichen Gegenstände und Begriffe nur durch ein Erkennen möglich gemacht wird, welches anschaulich auseinanderliegende Teile und Mannigfaltigkeiten zu einer objektiven Einheit zusammenfügt (synthetisch vereinigt). Gerade in dieser „Aufgabe", derzufolge der Verstand die in der Anschauung getrennten Mannigfaltigkeiten synthetisch vereinigen „soll", ist nach Kant die eigentliche Ermöglichung der Objektivität begründet. Denn die Gesetze dieses Sollens können nur Formen sein, und zwar sind es die Verstandesformen (Kategorien), welche den Gegenstand in die Welt des objektiv Existierenden hineinstellen und seine Existenz begründen.

Um dem Versuch, die Existenzfrage neu zu stellen, Grund und Berechtigung zu geben, ist bei der von Kant geübten Problemstellung eine Seite ans Licht zu stellen und in den Mittelpunkt des erkenntnistheoretischen Fragens zu rücken, deren besondere Betonung ein Bedürfnis unserer Zeit zu sein scheint. Dabei ist es notwendig, danach zu fragen, wie ein der Ganzheit, deren Wesen

aus den folgenden Darlegungen sich noch erhellen wird, entsprechender Begriff bei Kant Gestalt gewinnt.

In dem System Kants wird die Ganzheit gleichsam durch folgende drei Begriffe hindurch sichtbar: Den Begriff der Einheit der Apperzeption, den des Systems der Grundsätze und den der totalen Einheit aller Erfahrung, welche durch die Idee gefordert und von ihr gleichzeitig in einem bestimmten Sinne auch geleistet wird.

Die gegenstandserzeugende Tätigkeit der Kategorien ist bei Kant durch die transzendentale Einheit, in welcher alle einzelnen transzendentalen Formen ursprünglich vereinigt werden, ermöglicht. Diese über den Kategorien stehende Einheit, durch welche diese Formen erst zur Erfüllung ihrer Aufgabe befähigt werden, die darin besteht, die Konstitution des Gegenstandes zu bewirken, nennt Kant die transzendentale Einheit der Apperzeption.

Wenn es die Aufgabe der Kategorie überhaupt ist, den Gegenstand dadurch zu erschaffen, daß sie Seiendes in notwendige Wesenszusammenhänge stellt und ihm so einen theoretischen Sinn mitgibt, so ist jedesmal die einzelne besondere Form dafür verantwortlich, daß in einem Gegenstand jedesmal ein ganz besonderer individueller Sinn zur theoretischen Geltung gelangt, der nur von dieser kategorialen Form und keiner andern herrühren kann. Die Einzelkategorie hat gleichsam nur eine ganz bestimmte Seite am Gegenstand offenbar zu machen und dieser gegenständlichen Teilansicht einen besonderen, nur für sie kennzeichnenden Sinn zu verleihen. Dieser gegenständliche, durch die einzelne Kategorie erfaßte Teil ist jedoch als theoretisch sinnvoller Teil nur deshalb möglich, weil er von der ihn offenbarenden Form als der Teil eines Wesensganzen begriffen wird. Da sich daher jede bestimmte Einzelform von vornherein auf die Ganzheit des theoretischen Wesens zu beziehen hat, müssen alle kategorischen Formen in einer ursprünglichen Ganzheit gründen, und zwar in der Einheit der Apperzeption. Die besonderen Kategorien dürfen daher nicht zusammenhanglos, jede für sich und unabhängig von der anderen, wirken wollen, sondern sie sind dadurch, daß sie in einer Einheit ursprünglich verbunden sind, in notwendigen gegenseitigen Bezug gebracht und haben überall da gemeinsam mitzuwirken, wo es gilt, gegenständlich zu konstituieren und sei es auch nur, um eine bestimmte Teilansicht am Gegenstandsganzen offenbar zu machen. Denn die Einzelform ist ja nur dann fähig, einen besonderen, gegenständlichen Sinn zu ermöglichen, wenn sie dazu ermächtigt wird, einen theoretischen „Sinn überhaupt", noch abgesehen von aller charakteristischen Besonderung des Sinnes, möglich zu machen. Da dieser „Sinn überhaupt" seinen Grund hat in der Einheit der Apperzeption, so muß diese Ganzheit aller Sinnesbesonderung und

damit auch aller Teilung des Gegenstandes transzendental vorhergehen.

Weil aber im transzendentalen Ansatz die Bedingungen des Erkennens zugleich diejenigen der gegenständlichen Existenz sind (da sich ja das subjektive Erkenntnisvermögen seinen Gegenstand in subjektiven Akten erzeugt), so gilt auch für den Gegenstand wie für das theoretische Erkennen, daß seine ursprüngliche Ganzheit aller theoretischen Zerteilung und Zerstückelung, die an ihm zum Zwecke des Erkennens vorgenommen werden, vorhergeht, ja sogar diese erst möglich macht.

Die Kategorie gibt als das Organ des lebendigen subjektiven Geistes dem Gegenstande in steter Aktivität seinen theoretischen Sinn auf. Dieser Sinn, nach seiner Vereinigung mit dem Gegenstande, dem er innewohnt, zur Erstarrung gebracht, muß gleichsam im Bilde a priori sichtbar gemacht werden können, in allgemeinen theoretischen Sätzen festlegbar sein. Die Aufgabe dieser Befestigung und Sichtbarmachung der kategorialen Form haben die synthetischen Grundsätze zu leisten.

Daraus ergibt sich, daß sich die über den einzelnen Kategorien stehende und „Einheit der Apperzeption" genannte Ganzheit in entsprechender Weise auch auf die Grundsätze zu übertragen hat. Denn wenn die einzelne kategoriale Form in dem ihr zugeordneten synthetischen Grundsatze ihren sichtbar-bildlichen Ausdruck findet, so muß der kategorialen Einheit eine entsprechende Einheit auf der Seite der Grundsätze gegenüberstehen, wie sie durch das von Kant so genannte „System der Grundsätze" vertreten wird.

Die in der Einheit der Apperzeption erscheinende Ganzheit ist jedoch nur bedingt zu nennen, weil sie wohl über die Mannigfaltigkeit eines bestimmten, nämlich theoretischen Bereiches eine objektive Einheit zustandebringt, aber unfähig dazu ist, in der gleichen synthetischen Einheit das Seiende als Seiendes überhaupt zu begreifen. Daher muß sich die so bedingte „Ganzheit" auf eine noch höhere Einheit berufen [1]), welche den totalen Bereich des theoretisch Seienden überhaupt in ursprünglicher Weise beherrscht und daher den Urgrund der theoretischen Notwendigkeit und Allgemeingültigkeit, der Objektivität darstellt. Die so geforderte ursprünglichere Einheit hat den Inbegriff des Seienden überhaupt als Welt einheitlich zu um-

1) Daß die Welt der Kategorien in entsprechender Weise in den höheren Bereich der Ideen eingebaut ist, wie der anschauliche Bereich in denjenigen der kategorialen Form, daß somit die Idee durch die logische Form hindurch in das „unterste" Material der Erkenntnis hinabzureichen vermag und somit gleichsam das Rückgrat der theoretischen Wirklichkeit ausmacht, wird bei E. Herrigel in „Die metaphysische Form" eingehend nachgewiesen (s. Herrigel I.).

fassen, die nicht nur dem erkennenden Menschen zum Material des theoretischen Wissens dient, sondern der die menschliche Persönlichkeit als Ganzes, also z. B. auch als frei handelndes Wesen gegenübersteht. (Daß von hier aus gesehen bei Kant eine weltanschauliche Verankerung aller wissenschaftlichen Forschung feststehen muß, kann hier nicht weiter verfolgt werden.)

Die geforderte Grundeinheit wird von der Idee geleistet. Die Idee darf mit Recht die wahre und eigentliche, unbedingte Ganzheit heißen. Nun wurde oben auch die Einheit der Apperzeption und die ihr entsprechende Einheit der Grundsätze, wenn auch im bedingten Maße, als Ganzheit angesprochen. Der Grund, weshalb sich diese Einheiten in gewissem Sinne zugleich auch als Ganzheiten zu bewähren vermögen, liegt aber darin, weil sie an dem Wesen der ursprünglichen und von der Idee geleisteten, unbedingten Ganzheit Anteil haben. Sie sind als Organ dieser unbedingten Ganzheit aufzufassen und haben die Aufgabe, deren Wirken im Bereich der theoretischen Gegenständlichkeit sichtbar werden zu lassen.

Nach der Absicht Kants hat die Idee das in der theoretischen Erfahrung Begriffene unter eine ursprüngliche und zugleich letzte Einheit zu bringen. Diese in der Idee liegende Macht zur ursprünglichen, umfassenden Einheit, also zur Ganzheit wirkt sich für den Bereich der Erfahrung in der regulativen Eigenschaft der Idee aus. Sie muß nämlich als der eigentliche Sinn alles Sinnes die Zusammenstimmung zwischen dem theoretisch-empirischen Sinn und demjenigen regulieren, welches mit diesem Sinne ausgestattet wird. Diese regulative Eigenschaft der Idee ergibt sich unmittelbar aus ihrer Ganzheits- und Totalitätsprägung heraus. Und der Sinn dieser ganzheitlichen Prägung liegt, vom Bereiche der empirischen Begriffe aus gesehen, darin, daß sie jeden Begriff von einem Gegenstande deshalb, weil er der spontanen Subjektivität entspringt, wesentlich über sich selbst hinaustreibt. Sie läßt so das erkennende Subjekt niemals zur Abgeschlossenheit einer umfassenden Erkenntnis des Gegenstandes gelangen, sondern macht ihm den Gegenstand zur unendlichen Aufgabe.

Da nun aber jeder theoretische und vom System der synthetischen Grundsätze bestimmte Begriff eines gegenständlichen Wesens eine Einheit darzustellen hat, in welcher die unendlich vielen wirklichen Gegenstände, an denen dieses Wesen sichtbar wird, ursprünglich einbegriffen sind, und da dieses System die Gewähr dafür gibt, daß sich die einzelnen Begriffe und Urteile zu einem objektiven theoretischen Gebäude zusammenfügen, läßt sich von einer, wenn auch nicht absoluten, so doch relativen Abgeschlossenheit sprechen, die von der theoretischen Erfahrung erreicht werden kann. Da aber diese relative Abgeschlossenheit und die in ihr sich zeigende Einheit,

diejenige Einheit also, welche im besonderen durch die im einzelnen Begriffe liegende Einheit dargestellt wird, nur auf dem Grunde der Idee möglich wird, so ergibt sich die Tatsache, daß es nur deshalb zu jener relativen Fertigkeit innerhalb der Erfahrung kommen kann, weil der synthetische, kategoriale Sinn, durch den sie erschaffen wird, gerade über sie — weil er seinem Wesen nach nämlich in der Idee begründet ist, — hinausstrebt, über sie hinauszuwachsen trachtet, und ihr so die Prägung der Vollkommenheit nimmt.

Der Begriff der wirklichen Ganzheit kann somit für Kant nur den Sinn haben, „reiner Wille", oder, wie es im Hinblick auf die subjektive Seite dieses Willens auch heißen kann, reines Sollen zu sein. Lebendige Ganzheit, Urgrund des wirklich Seienden und reiner Wille sind somit identisch. Dieser Ganzheitsbegriff, der das Sollen zum Grunde des wirklich Seienden werden läßt, läßt den eigentlichen Unterschied Kantscher Metaphysik gegenüber aller vorkritisch-rationalistischen Metaphysik erkennen, für welche Begriffe wie Ganzheit und auch Totalität ein Seiendes, nämlich die Allheit aller wirklich seienden Gegenstände bedeutete. Mußte diese Allheit im Bezug auf die menschliche Erkenntnis, die im Falle des ganzheitlichen Erfassens der Gegenstände Abbild der Allheit sein mußte, ein Fertigsein mit allen Aufgaben und eine vollkommene göttliche Einsicht in das Wesen der Dinge bedeuten, so stellt ihr die Transzendentalphilosophie ihren Ganzheitsbegriff, von dem aus gesehen der theoretische Gegenstand zur unendlichen Aufgabe für das erkennende Subjekt wird, gegenüber. Daher ist der Begriff derjenigen Totalität, die als eine vollkommene, abgeschlossene und durch nichts mehr vermehrbare Versammlung des Seienden im Bewußtsein aufzufassen ist, von dem Kantschen Begriffe der lebendigen, stets Unruhe und Rastlosigkeit stiftenden Ganzheit der Idee zu unterscheiden. Im Laufe der folgenden Gedanken wird es sich nun als notwendig zeigen, dem Ganzheitsbegriffe einen noch anderen Sinn beizulegen, als es bei Kant geschah. Die Gründe hiervon sollen jetzt angedeutet werden.

Die Ganzheit hat folgende Aufgaben zu erfüllen: Sie muß eine Stätte ursprünglicher Lebendigkeit sein und damit durch sich und in sich, also im „absoluten" Sinne existieren und die Ermöglichung, den Grund alles dessen bilden, welches von sich aus kein Leben besitzt und dem nicht die Macht des durch sich und in sich Existierens zukommt. Wenn nun Kant die Urermöglichung dem Gebiete des reinen Sollens und des absoluten Sinnes zuschreibt, so gibt er damit kund, daß hier die Lebenswurzel aller theoretischen Gegenständlichkeit zu suchen ist, also desjenigen Seienden, dessen Schicksal es ist, bedingt und in Abhängigkeit von einem Absoluten zu existieren. Da sich in diesem Seinsbereiche logische Form und

anschauliches Material ursprünglich zusammenfinden und aufeinander eingehen müssen, hat er gleichzeitig als das Gebiet zu gelten, in dem sich der theoretische Sinn nicht in absoluter Geltung, sondern nur innerhalb auschaulich bedingter Schranken entfalten kann. Nun ist an die sich als Leben ausgebende Urermöglichung des Seienden die Forderung zu stellen, sie müsse ihre Lebendigkeit gerade dadurch selber erhalten, daß sie das an sich nicht Lebendige, d. i. dasjenige, was nicht an sich und durch sich zu existieren vermag, in seinem Sein begründet und so das an sich Unlebendige in die Sphäre des Lebens, der Ganzheit einbezieht, es also an der Ganzheit teilnehmen läßt.

Wie ist nun von hier aus gesehen jene Theorie einzuschätzen, welche die lebendige Tätigkeit der Ermöglichung einseitig von dem Gebiete des reinen Sinnes und damit des reinen Sollens ausgehen läßt, diesem also die Prägung des Absoluten zuschreibt? Diese Frage ist nach dem Vorhergehenden durch die Entscheidung zu beantworten, ob es dem für absolut angesehenen, mit der Aufgabe des lebendigen Ermöglichens betrauten reinen Sollen möglich ist, bei der Tätigkeit der Existenzbegründung nicht nur „Anderes", sondern gerade sich selber, und zwar als Leben und Grund des Seienden möglich zu machen, um den Charakter der absoluten Ganzheit annehmen zu können. Diese Frage muß aus folgendem hier nur andeutungsweise anzuführenden Grunde in verneinendem Sinne beantwortet werden: Wird der Bereich des Sinn- und Formartigen zum Ort der Urermöglichung der theoretischen Wirklichkeit, so grenzt er sich damit zugleich von dieser Wirklichkeit ab, der von ihm aus gesehen die Prägung des Ermöglichten zukommt, die also das Gebiet darstellt, welches neben den logischen Formen auch das Alogische, Materialhafte enthält, das in diese Formen ursprünglich eingebaut ist. Dieser Akt der Abgrenzung ist zugleich als derjenige der Wirklichkeitsermöglichung aufzufassen. Der für absolut ausgegebene Sinn erschafft sich durch diesen Akt in der von ihm ermöglichten Wirklichkeit einen Bereich, in dem er selber keine unbedingte und absolute Herrschaft mehr ausübt, der für ihn sogar teilweise — nämlich soweit es die völlig verstandesfremde Anschauung angeht, — unzugänglich ist. Dieselben Grenzen, welche die absolute Form in dem Gebiete der theoretischen Wirklichkeit zum Zwecke deren Begründung aufrichtet, setzt sie gleichzeitig sich und ihrer eigenen Herrschaft. Sie geht so, ihres absoluten Charakters durch die eben beschriebene Selbstbeschränkung entkleidet, in die Gestalt einer kategorialen Form ein, welche ihre Geltung nur auf einen anschaulich begrenzten theoretischen Bereich zu erstrecken hat.

Die Ermöglichung der gegenständlichen Wirklichkeit wird dadurch bewirkt, daß der absolute Sinn sich aus freiem Antrieb in

die Welt des Bedingten dadurch einbezieht, daß er die Gestalt der kategorialen Form annimmt. Als ewige Lebendigkeit muß er sich aber von demjenigen abgrenzen, was, aus dem ursprünglich-lebendigen, absoluten Wirkungsfelde ausgeschieden, zum Nichtleben erstarrt ist.

Wenn sich der reine Sinn in seiner absoluten Gestalt von derjenigen Gestalt unterscheidet, in die er zum Zwecke der gegenständlichen Konstitution durch Selbstbeschränkung eingeht, so ist in dieser Unterscheidung also zugleich die Abgrenzung mit einbegriffen, welche das ursprüngliche Leben des absoluten Sinnes gegenüber der am Gegenstande vollzogenen Erstarrung dieses Sinnes bewirkt. Vermag der Sinn nämlich nach seiner Verwandlung zur Kategorie auch immer noch lebendig zu wirken, so ist er doch in diesem Zustande auf dem Wege begriffen, gegenständlich zu erstarren und sich zu verfestigen. Diese Erstarrung hat nämlich dann stattgefunden, wenn der kategoriale Sinn zu seinem Material gefunden hat, also dasjenige Seiende, welches für eine gegenständliche Erfassung bestimmt wurde, mit dem Sinne vereinigt und damit in das Reich der Objektivität aufgenommen wurde. Der durch die Kategorie mit einem Sinn ausgestattete Gegenstand vermag so dem erkennenden Blicke standzuhalten, da er aus dem Bereich lebendiger Ermöglichung als unlebendiges Produkt ausgeschieden wurde.

Die zum Zwecke der gegenständlichen Erzeugung bewirkte Erstarrung des Sinnes wird also durch die Grenze hervorgerufen, welche der absolute Sinn aufrichtet, um sich in seiner absoluten Verfassung einerseits und seinem bedingten, im Bereiche der kategorialen Form sichtbaren Zustande andererseits zu unterscheiden, indem er die innerhalb des kategorialen Erkenntnisgebietes zustandegekommene Gegenständlichkeit aus seinem ursprünglichen Lebendigkeitsbereiche ausstößt.

Nun führt aber die Grenze, die zwischen dem absoluten und dem bedingten, gegenständlich gewordenen Sinn besteht, auch eine Erstarrung des absoluten Sinnes selber herbei. Wie schon bemerkt wurde, hat nämlich die ursprüngliche Begrenzung, die der vermeintlich absolute Sinn mit sich selbst vornimmt, zugleich den Akt der Ermöglichung aller theoretischen Gegenständlichkeit zu bedeuten. Es ist aber die Eigenart dieses ursprünglichen Begrenzungsaktes, damit einen Bereich von der Art zu schaffen, der sich teilweise ganz der Herrschaft der Idee und des theoretischen Sinnes entzieht (nämlich soweit jeder gegenständliche Bereich in der atheoretischen Anschauung verankert ist.)

Im gleichen Augenblick, in dem die reine Idee also den Akt der gegenständlichen Ermöglichung zu vollziehen hätte, nähme sie sich gerade selbst die Möglichkeit einer vollständigen „Beherrschung" des

von ihr bestimmten und erschaffenen Seinsbereiches. Gerade aber diese vollständige Beherrschung auch des entferntesten „Teiles" des Seinsbereiches, der aus dem Absoluten entspringt, vergegenständlicht und als selbst nicht-absolut, also unlebendig, ausgeschieden wird, muß als das erste Kennzeichen der Lebendigkeit des Absoluten gelten, müßte also auch von der Idee verlangt werden, sollte sie absolute Prägung besitzen. Nur die Lebendigkeit vermag der Ort der Ermöglichung des Seienden im Ganzen zu sein, in ihr muß der Ausgang aller Seinsgründe und demnach auch der transzendentalen Beherrschung des ganzen Seins, ohne Ausnahme bestimmter Bereiche, liegen. Der reine Sinn aber ist von sich aus zu dieser transzendentalen und lebendigen Beherrschung des Seins nicht fähig. Das hat aber zur Folge, daß er, wird er als „absolut" angesprochen, und muß damit den Akt der Ermöglichung des Seins und der objektiven Verfestigung der Gegenstände für sich allein übernehmen, mit dem Versuch dieses Aktvollzuges zugleich eine Erstarrung seiner selbst bewirken muß. Denn die Abgrenzung, die der „absolute" Sinn zum Zwecke der gegenständlichen Ermöglichung vorzunehmen hätte, würde nicht eine objektive Verfestigung der Gegenstände durch Ausscheidung aus dem eigenen Bereiche der absoluten Lebendigkeit bedeuten, wie es bei der Gegenstandsermöglichung durch das echte Absolute zu erwarten wäre. Der reine Sinn nämlich würde die Tätigkeit der Ermöglichung des Seins nur in der Form einer Selbstabgrenzung gegenüber einem Bereiche vollziehen, der ihm, wenigstens „teilweise", schon immer fremd ist und daher von ihm, dem „Absoluten" aus gesehen, als von Grund aus unlebendig und starr zu gelten hat. Da aber dem reinen, „absoluten" Sinne somit die Erschaffung eines Bereiches zugemutet würde, welcher von ihm aus gesehen nicht nur aus dem Leben ausgeschieden wurde, sondern, soweit er oben gekennzeichnet wurde, aus dem Leben niemals hervorgegangen sein kann, so würde der Sinn zugleich seinen eigenen absoluten Charakter verleugnen müssen und selbst eine Erstarrung erfahren.

Aus all dem folgt, daß der reine Sinn, werden ihm die Eigenschaften und Aufgaben eines „Absoluten" beigelegt, nicht nur da in Grenzen eingeengt wird, wo er sie sich in eigener Freiheit selber auferlegt, wie es bei seiner Verwandlung zur kategorialen Form geschieht, sondern daß er dann gerade auch da eine Beschränkung seiner Freiheit erleidet, wo er die Freiheit selbst sein sollte, nämlich in seiner ursprünglichen, „absoluten" Gestalt, in welcher er als der ewig lebendige Urgrund alles Seienden zu erscheinen hätte. Der Sinn führt, sobald ihm allein die Prägung des Absoluten zugeschrieben wird, seine eigene Erstarrung bei dem Versuch herbei, die sich aus dieser Prägung ergebende Aufgabe der Gegenstands-

erzeugung zu erfüllen, und nimmt sich in dieser Gestalt gerade die Macht, sich als der Urgrund des Seins bewähren zu können. Daraus ist zu folgern, daß er von sich allein aus nicht die Aufgaben einer lebendigen Ganzheit zu erfüllen vermag, da es ihm nicht gelingt, sich wirklich als ewig lebendige Urermöglichung zu behaupten.[1])

Durch diese Schwierigkeit wird die Notwendigkeit gegeben, die absolute Ganzheit in derjenigen Bedeutung zu nehmen, die in der weiteren Verfolgung unseres Gedankenganges klarzustellen versucht wird.

Nun ist es uns in diesem Zusammenhange um die andeutungsweise Erörterung der Frage zu tun, worin überhaupt die Berechtigung einer kategorialen Untersuchung des Phänomens der Ganzheit liegt. Es sei daher vorweggenommen, daß später unter Ganzheit die ursprüngliche lebendige und wahrhaft „absolute" Einheit verstanden werden wird, die sich für den Gegenstand dahin auswirkt, daß sein Wesen und dessen sinnliche Repräsentation in Raum und Zeit aus e i n e r Wurzel entspringen. Und das Problem lautet dann, unter welcher Bedingung sich beide Bereiche, derjenige des Wesens und derjenige der Konstruktion, in dem ursprünglichen Sinne der Ganzheit zusammenfinden können.

Auf Grund dieser Ganzheitsbestimmung ergibt sich folgende grundsätzliche Frage: Wenn die Ganzheit ihrem Wesen nach auch die Stätte der sinnlichen Zeichen umfaßt und in sich begründet, also auch den Ursprung von Bestimmungen bildet, die durchaus keinen theoretisch und logisch durchdringbaren, sondern nur denkfremden Charakter besitzen, so kann sie eben als diese Ganzheit, die den Urgrund alles Seins darstellt, nicht in ihrem ungeteilten Umfange dem philosophischen Begreifen zugänglich sein. Um es noch schärfer auszudrücken: Sie kann als lebendige Urermöglichung der Dinge niemals selber zum Gegenstande werden, sondern muß immer nur den Grund bilden, auf dem alle Gegenständlichkeit besteht. Da die Ganzheit überlogischer Natur ist und infolgedessen nicht n u r das Gebiet des Logischen der theoretischen und auch der philosophischen Begriffe begründet, so scheint es nicht möglich zu sein, sie in einer kategoralen Untersuchung wenn auch nicht als Gegenstand zu erforschen, so doch ihrer urgründlichen Tätigkeit nach zu begreifen. Es scheint von hier aus gesehen einer philosophischen Untersuchung nur erlaubt zu sein, über die Ganzheit nur auslegende und interpretierende Betrachtungen anzustellen, nicht

---

1) Die Schwierigkeit, die hier aufzuzeigen versucht wurde, dürfte mit zu den Gründen gerechnet werden können, welche die Forderung einer „metaphysischen Form", einer ursprünglichen Form der Persönlichkeit in ihrer Ganzheit veranlassen (s. E. Herrigel, Die metaphysische Form, 1. Halbband [Der mundus sensibilis, Tübingen 1929]).

aber selber gleichsam der metaphysische Ausdruck zu sein, den diese Ganzheit selber ihrem eigenen Wesen gibt.

Der Grund, weshalb die Philosophie nicht nur in diesem Sinne interpretierend, sondern auch wesensergründend auftreten darf, mag in folgender flüchtiger Betrachtung versuchsweise angedeutet werden.

Weil die Ganzheit als der Urgrund der theoretischen Gegenstände zu gelten hat, müssen die in einer philosophischen Untersuchung aufgezeigten logischen und transzendentalen Bedingungen, auf die hinblickend sie die Begründung der Gegenstände vollzieht, nicht als diejenigen Bestimmungen aufgefaßt werden, die sich gleichsam dem Blicke eines außer ihr stehenden philosophischen Subjektes als äußerliche Kennzeichen darstellen, sondern müssen gleichzeitig die Bedingungen sein, unter denen sie dem philosophischen Bewußtsein ihr eigenes Wesen zu erkennen gibt. Unter diesen Bedingungen tritt sie gleichzeitig als das, was sie ist, in das philosophische Bewußtsein ein. Nun folgt aus dem Begriffe der Ganzheit, daß sich die in dem Wesen eines Seienden begründeten theoretischen Gesetze in einer ursprünglichen vorgängigen Einheit mit den „entsprechenden" anschaulich gegebenen oder sonstwie unmittelbar „erlebbaren", in die Welt der Erscheinungen und der Körper hineinreichenden Bestimmungen verbunden sind. (Daß „körperliches Dasein" durch die Bestimmung der räumlich zeitlichen Existenz noch nicht genügend gekennzeichnet ist, wird an anderer Stelle besprochen [1].) Der Begriff muß auf Grund der Ganzheit, die seine Existenz sowie diejenige der von ihm betroffenen phänomenalen Welt ermöglicht, in derjenigen Notwendigkeit ursprünglich befangen sein, welche ihm die ganzheitliche Einheit dadurch auferlegt, daß sie ihn mit der Welt der Körper ursprünglich verbindet. Nur wegen dieser Notwendigkeit, in der er steht, vermag er das Seiende frei zu beherrschen, indem er es durch Ausstattung mit einem theoretischen Sinn in das Reich der gegenständlichen Wirklichkeit eingliedert. Da nun der Begriff in seiner Existenz ganz und gar auf dem Grunde der ursprünglichen Ganzheit ruht, muß es der philosophischen Reflextion möglich sein, sein auf die Ganzheit hin angelegtes Gefüge nachzuweisen, d. h. die Ganzheit, in der er gründet, aus ihm heraus sprechen zu lassen und daher im Gebiete der logischen Form gleichsam ein Bild zu entdecken, welches die Ganzheit von sich selber entwirft.

Es soll hier noch ohne Beweis angemerkt werden, daß es für den philosophierenden Menschen nur deshalb möglich ist, das sich in der Philosophie bewußt offenbarende Wesen der Ganzheit im Bilde zu erfassen, weil er selber als Einheit von Geist und Leib

1) s. S. 139.

Repräsentant dieser Ganzheit ist[1]). (Von hier kann eine metaphysische Deutung der Tatsache ausgehen, daß auf Grund der ursprünglichen Einheit zwischen Geist und rassischer Substanz die wissenschaftliche und besonders auch philosophische Reflexion und Begriffsbildung in einem gewissen, hier nicht näher zu kennzeichnenden Sinne rassisch bestimmt sind.)

Wenn im Folgenden von der „Ganzheit des Gegenstandes" geredet wird, so soll damit nur ausgedrückt sein, daß die Ganzheit als Urgrund des Gegenstandes in dessen kategorialem Gefüge nachweisbar ist, wie es in der vorliegenden Arbeit zu zeigen versucht wird. Um es anders auszudrücken :Diese Bezeichnung soll der abgekürzte Ausdruck für die Art und Weise sein, wie sich die Ganzheit für die philosophische Reflexion am theoretischen Gegenstande zu erkennen gibt. Daß sie sich z. B. am lebendigen Wesen des Menschen selber in ganz anderer und noch ursprünglicherer und vollkommenerer Art „verkörpert", steht hiermit nicht im Widerspruch, sondern muß hieraus gerade gefolgert werden, wie es in diesem Zusammenhange nicht weiter geschehen kann.

Aus den vorliegenden Gedanken heraus muß nun der Sinn, der einer transzendentalen Frage nach den Bedingungen der gegenständlichen Existenz zugrundegelegt werden muß, ermittelt werden.

Soll nämlich die Existenz des Gegenstandes in dessen unverzerrter und unverstellter Ganzheit gesichert sein, so müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

Erstens muß die Kantsche Bedingung, derzufolge der Gegenstand von notwendigen theoretischen Wesensbeziehungen, deren Grund im reinen Verstand und dessen Formen liegt, als erfüllt angetroffen werden. Zugleich aber ist die zweite Forderung zu erheben, daß der Gegenstand in seiner Ganzheit unverstellt und unverfälscht der Vernunft gegenüberzustehen hat, was gleichbedeutend damit ist, daß die über ihn gefällten logischen Urteile und Begriffe auf einem wahren Erleben des Gegenstandes gründen sollen. So haben beide, einerseits das rein logische, dem Verstande eigentümliche, und andererseits das nur erlebende, aller Reflexion fremde Verhalten einen Anteil an der Ermöglichung der theoretischen Existenz. Um die Leistung beider für das Erkennen würdigen zu können, ist es notwendig, sie in der philosophischen Untersuchung von einander abzutrennen. Nur dadurch ist es möglich, sie in das richtige Verhältnis zu einander zu bringen.

Dieses Verhältnis zwischen den beiden Gebieten, dem des logischen reflektierenden Verstandes sowie dem des unmittelbaren Erlebens, wäre unrichtig gekennzeichnet, wenn es nach der vor-

1) Es gibt nicht verschiedene Ganzheiten, sondern nur verschiedene Ansichten ein und derselben absoluten Urganzheit.

genommenen Bestimmung noch möglich wäre, daß die Tätigkeit des Verstandes dadurch das Erleben nur teilweise zur Geltung kommen ließe, daß er in seiner Eigenschaft als abgrenzendes, einschränkendes Vermögen bestimmte Teile am Gegenstand verdeckte und so dessen Ganzheit unmöglich machte. Ebenso unzulässig wäre es, wenn undererseits die Tätigkeit des theoretischen Erlebens in der Weise gegenüber der rein logischen in unrechtmäßige Herrschaft gelangen würde, daß der Gegenstand nicht mehr von seinem notwendigen Wesen aus bestimmt wäre, sondern seine Konstituierung schrankenloser Erlebenswillkür überlassen würde.

In den beiden an die transzendentale Begründung des Gegenstandes gestellten Forderungen ist zugleich auch die Voraussetzung mit einbegriffen, daß in die Bedingungsfrage der Möglichkeit gegenständlicher Existenz der rassische Ursprung der theoretischen Erkenntnis einzubeziehen ist, daß also die Frage nach der wahren Objektivität des Gegenstandes nicht von der Frage zu lösen ist, unter welcher Bedingung die rassische Bindung des erkennenden Subjekts den theoretischen Gegenstand transzendental mit zu begründen und zu ermöglichen hat. Diese Seite der Frage kann jedoch im Rahmen der vorliegenden Schrift noch nicht betrachtet werden. Es sei hier nur mit dem Hinblick auf die folgenden Erörterungen betont, daß eine Herausarbeitung dieser Seite an der Existenzfrage an die schon erwähnte philosophisch erst näher zu begründende Tatsache anzuknüpfen hätte, daß die Leib und Geist ursprünglich vereinigende Ganzheit, der das theoretische Subjekt untersteht, den transzendentalen Grund der Ermöglichung dafür zu bilden hat, daß dieses Subjekt auf den Grund des theoretischen Gegenstandes zu dringen, zugleich damit die Ganzheit des gegenständlichen Wesens zu umfassen vermag, und so erst zu dem oben geforderten Erleben fähig sein kann.

Man hat, was die Existenz des mathematischen Gegenstandes anbelangt, in neuerer Zeit von philosophischer wie auch von mathematischer Seite aus versucht, die Frage nach der Ganzheit des Gegenstandes dadurch zu lösen, daß man den intuitionistischen Standpunkt eines ursprünglichen Erlebens der Gegenstände gegenüber dem idealistischen Standpunkt ausspielte, von dem aus gesehen die reine Form und die in ihr liegende Einheit als die Ermöglichung der gegenständlichen Existenz und der Ganzheit angesehen wird. Nur dem Verhalten des unmittelbaren, unreflektierten Aufnehmens der gegenständlichen Phänomene und der Verfassung der Endlichkeit menschlicher Erkenntnis, auf welcher dieses Verhalten gründet, schreibt der Intuitionist die Macht der Ermöglichung gegenständlicher Existenz zu und glaubt, damit die ursprüngliche Ganzheit des Gegenstandes gewonnen zu haben, daß er den nur zerteilenden

und angeblich zur Ganzheit unfähigen Verstand in die Rolle des vom intuitionistisch begriffenen „Erleben“ und seiner Endlichkeit Bedingten drängt. Man teilt ihm nur die Aufgabe zu, der Vernunft die Aussicht auf die zu erkennenden Phänomene freizumachen.

Die Ganzheit des Gegenstandes und sogar die Möglichkeit eines wahren unmittelbaren Erlebens selbst aber wird (wie noch aus der Besprechung des Intuitionismus hervorgehen wird) durch eine derartige Auffassung ebenso gefährdet, wie durch jede rationalistische Umdeutung des Idealismus, nach welcher allein die rein logischen, von allem anschaulichen Sinn losgelösten Beziehungen für den Gegenstand von ermöglichender Bedeutung sein sollen. Ebensowenig vermag auch die noch näher zu besprechende formalistische Auffassung eine befriedigende Antwort auf die Ganzheitsfrage des Gegenstandes zu geben, da ihr zufolge nur ein bestimmter Bestandteil des Gegenstandes, nämlich die reine anschauliche Form, in der er steht (s. S. 101 f.), maßgebend sein soll. —

Man könnte daran denken, von vornherein dasjenige Verhalten, welches bisher das zu aller theoretischen Erkenntnis notwendige „Erleben“ genannt wurde, mit dem Begriffe der reinen Anschauung gleichzusetzen. Gewiß, soll das Erleben in den Zusammenhang einer transzendentalen Frage gestellt werden, so liegt es wegen der engen Beziehungen, die es offensichtlich zur Anschauung hat, sehr nahe, ihm lediglich die Aufgaben zuzuschreiben, welche die Anschauung für das Zustandekommen der theoretischen Erkenntnis zu erfüllen hat. Beide, Anschauung und Erleben, haben darin ihr Gemeinsames, daß sie sich durch ein unvoreingenommenes, unreflektiertes Verhalten dem Gegenstand gegenüber auszeichnen. Diese Gemeinsamkeit der Gebiete Erleben und Anschauung jedoch darf nicht Veranlassung dazu sein, ihre Gleichheit als selbstverständlich zu betrachten und von jeder Unterscheidung zwischen ihnen abzusehen, bevor der Begriff der Anschauung nicht in einem ganz bestimmten Sinne festgelegt ist.

Der Grund, weshalb Anschauung und Erleben in der Ermöglichungsfrage zunächst als verschieden angesetzt werden müssen, ist folgender: Die Anschauung, wie sie von Kant gekennzeichnet wurde, ist das Medium, in welchem der Verstand seine Gegenstände erschafft, auf das er also bezogen und angewiesen ist. Als einem derartigen Bereiche der Vermittlung, in welchem sich die Erschaffung der Objekte abspielt, hat Kant der Anschauung die Eigenschaft der Rezeptivität zugeschrieben und sie damit wesentlich vom Verstande geschieden, dessen auszeichnende Eigenschaft in seiner Spontaneität liegt, mit der er die Gegenstände entwirft. Nun bestimmt die Eigenschaft der Rezeptivität auch da den Charakter der Anschauung, wo sich diese in gewissem Sinne als „schöpferisch“

erweist. Denn ihr schöpferisches Wirken erstreckt sich immer nur auf einzelne, für sich besonderte Elemente des Gegenstandes, die von dem anschaulichen Vermögen allein niemals zum gegenständlichen Ganzen zusammengefügt werden können. Von einem Erleben im oben bezeichneten Sinne ist aber gerade die Leistung eines schöpferisch-anschaulichen Wirkens von der Art zu verlangen, daß es die Ganzheit des Gegenstandes, soweit sie in das Gebiet der Anschauung hineinragt, zu entwerfen vermag. Die Schaffung eines Anschauungsbegriffes, der diese Forderung erfüllt und daher Erleben heißen darf, wird eine in dieser Schrift zu erledigende Aufgabe sein.

Es ist uns also um die Ermöglichung einer Gegenständlichkeit zu tun, die den beiden Anforderungen, einerseits den Gegenstand in unverstellt erlebter Offenbarkeit zu erfassen, und andererseits ihn in einer Wesensnotwendigkeit zu begründen, gerecht wird. So ist es unsere Frage, wie ein Wesenserkennen möglich ist, wenn es die Ganzheit des Gegenstandes offenbaren soll, also in einem derartigen Bezug zum Erleben steht, daß es dessen Leistung für die Ermöglichung der Existenz des theoretischen Gegenstandes nicht verdeckt?

In dieser Arbeit soll eine Antwort darauf versucht werden. Und zwar ist die Gegenstandswelt, die es zu untersuchen gilt, das Gebiet der mathematischen Gegenstände. An Hand dieser Gegenstände soll konkret gezeigt werden, was unter der oben zur Frage gemachten Ganzheit des Gegenstandes und ihrer Ermöglichung zu verstehen ist. Die mathematischen Gegenstände selber aber sollen immer nur als Beispiele herangezogen werden, um einen philosophischen Sachverhalt, der zur philosophischen Beantwortung unserer Frage von Bedeutung ist, klarzumachen.

Die Arbeit ist so eingeteilt, daß jedesmal dann, wenn ein entscheidender philosophischer Schritt geschah, eine entsprechende Ausdeutung mathematischer Gegenstände im Sinne der vorhergehenden philosophischen Gedanken erfolgt.

Um aber unsere rein philosophische Aufgabe zu erledigen, haben wir zuerst die Frage, was überhaupt unter theoretischem Erleben und gegenständlicher Ganzheit verstanden werden muß, zu erörtern, bevor wir an die Frage nach der Ermöglichung der Existenz herangehen. Dazu sollen im folgenden Kapitel die Grundlagen gegeben werden.

II. Kapitel.

Das logische Gefüge der mathematischen Gegenstände.

1. Die Kantsche Lehre von Verstand und Anschauung.

Die Beantwortung, die Kant seiner Frage gibt: Wie ist eine objektive Erkenntnis des Gegenstandes möglich? oder, was dasselbe bedeutet: Wie ist ein Gegenstand der Erkenntnis möglich? läßt sich in die beiden Sätze zusammenfassen: Der spontane Verstand verfügt über Formen, die Kategorien, durch welche er Gegenstände erzeugt. Um aber die Tätigkeit der gegenständlichen Erzeugung durchführen zu können, muß er die Gegenstände von vornherein hineinstellen in den Bereich der sinnlichen Anschaulichkeit, er muß sie in Raum und Zeit verankern.

Beide Bestimmungen sind notwendig, um den Grund der gegenständlichen Objektivität hinreichend erklären zu können. Die erste Bestimmung begründet die Tatsache, daß erst dann Erkenntnis objektive Bedeutung gewinnt, wenn der Gegenstand beherrscht wird von notwendigen Wesenszusammenhängen, in die ihn der erzeugende Verstand hineingestellt hat. Der transzendentale Grund der Gegenständlichkeit muß im spontanen Verstande des Subjekts liegen, in der innersten Natur dieses „Vermögens" begründet sein, und kann nicht etwa unabhängig von ihm in dem Gegenständlichseienden selber schon liegen. Der Gegenstand und seine Bestimmungen wird bedingt durch das theoretische Gesetz, welches im Subjekt seinen Ursprung hat und dem Gegenstande vorgeschrieben wird. Durch die subjektiven Akte des Verstandes wird das Seiende diesem Gesetz unterstellt und wird dadurch zu einem dem Subjekt entgegenstehenden, zum objektiven Gegenstande gemacht. Das Gesetz, dem dieser Gegenstand gehorcht, wird zum objektiven Wesensgesetz. Die Verstandesform des Subjekts ist die Quelle des objektiven Wesensgesetzes. Der Verstand ist daher die Stätte, in welcher alle Objektivität und Gegenständlichkeit ihre Ermöglichung findet. Soll aber der Verstand etwas ermöglichen und er-

zeugen, das ihm gegenübersteht, so muß er sich dabei beziehen können auf ein anderes Vermögen, die reine Anschauung. Denn soll der Verstand sich ein Seiendes im spontanen Akt der Gegenstandserzeugung gegenüberstellen als das Andere, so müssen in der so erschaffenen Gegenständlichkeit Bestimmungsstücke vorkommen, die das Vermögen des Verstandes selber nicht mehr begrifflich zu erzeugen vermag. Denn bestünde der Gegenstand aus keinen anderen Elementen als aus solchen, die im Verstande begründet sind, so bräuchte er von diesem gar nicht erst erzeugt zu werden, er würde schon immer da sein, etwa im Verstande eingeboren, wie es sich der vorkantische Rationalismus vorstellte.

Diese „alogischen" Bestimmungsstücke, die am Gegenstande anzutreffen sein müssen, stammen vom „Vermögen" der reinen Anschauung her. Die Verankerung des Gegenstandes in der reinen Anschauung ist für alle, insbesondere auch für die mathematische Gegenständlichkeit von wesentlicher Bedeutung. Sie findet nicht nur dann statt, wenn ein mathematischer Gegenstand eine „anschauliche Deutung" erlaubt, sondern ist schon da vorhanden, wo dieser überhaupt zum Gegenstande wird, und mag er durch noch so abstrakte und scheinbar aller Anschauung entrückte Begriffsbestimmungen gekennzeichnet sein. So hat z. B. nicht nur der Begriff von einem ganz bestimmten Dreieck, das konstruktiv vorgegeben ist, Bestimmungen, die nur in der Anschauung zu erfassen und zu „erleben" sind. Gerade auch ein noch so abstrakter Begriff wie der des Dreiecks überhaupt vermöchte keinem Gegenstand zu „entsprechen", der nicht anschaulich bedingt wäre. Dieser Begriff wäre z. B. nicht möglich ohne die räumliche Vorstellung der Eckigkeit, des Nebeneinander-, Uebereinander-, Gegenüberliegens von Linien usw., alles Bestimmungen, die nicht logisch zu erfassen, sondern in anschaulicher Unmittelbarkeit zu erschauen sind.

Zwei Vermögen sind also nach Kant zu unterscheiden, die zusammen den Gegenstand konstituieren, der reine Verstand und die reine Anschauung. Kant sieht den Unterschied der beiden Vermögen darin, daß der Verstand die Prägung der Spontaneität gegenüber der Anschauung besitzt, welcher die Eigenschaft zukommt, rezeptiv zu sein.

Der Verstand hat den Charakter der Spontaneität bedeutet: Er erzeugt die Gegenstände in subjektiven Akten und beherrscht sie daher. Sein Wesen ist die Freiheit, mit der er über das Seiende herrscht und diesem das Sollen und das Gesetz vorschreibt, dem es untersteht. Er ist daher nicht dazu angelegt, nur einzelne, von allen notwendigen Lebensbeziehungen isolierte Gegebenheiten zu erfassen, sondern er vermag Allgemeinbegriffe zu bilden, in welchen er das unendlich mannigfaltige Seiende in einer Einheit begreift

und es dadurch zum Gegenständlich-Seienden macht, daß er es in notwendige Wesenszusammenhänge bringt. Der Verstand ist deshalb, weil er die Gegenstände spontan ermöglicht und beherrscht, und deren Gesetzmäßigkeit aus sich selbst heraus erschafft, die eigentliche Ursprungsstätte des notwendigen Wesens, dessen Repräsentant der einzelne in Raum und Zeit vorgegebene Gegenstand ist. Der Verstand erzeugt die Gegenstände dadurch, daß er dasjenige Seiende, welches in Raum und Zeit einzeln, zusammenhanglos und ohne notwendige Regel gegeben ist, in eine gesetzmäßige Einheit bringt und es dadurch in eine theoretische Ordnung bringt. Es gehört zu seinem Wesen, synthetisch zu vereinigen, freilich aber auch jedem der vereinigten Elemente seine besondere theoretische Stelle zuzuweisen, sie gleichzeitig also logisch voneinander abzutrennen.

Gegenüber dem spontanen Vermögen des Verstandes wird das Vermögen der sinnlichen Anschauung von Kant als rezeptiv bezeichnet. Denn die Anschauung ist dazu bestimmt, immer nur vereinzelte, in besonderer Gegebenheit vorliegende „Teile" des Gegenstandes aufzugreifen, ohne es selber in Verbindung mit anderen Gegebenheiten bringen zu können, sei es im Sinne der Vereinigung oder der Abtrennung. Sie vermag nicht, wie der Verstand frei über das Seiende zu herrschen, weil sie in der Enge der einzelnen Besonderheit befangen ist, die sie zu rezipieren hat und über die sie nicht hinauszusteigen vermag.

Als die beiden Anschauungsformen haben diejenige des Raumes, die äußere Anschauung, und diejenige der Zeit, die innere Anschauung zu gelten. Im Raume erscheinen die Gegenstände in der Ordnung des Neben-, Ueber- und Hintereinander, während die Zeit die anschauliche Ordnung des Vor- und Nacheinander ermöglicht. Wenn so auch der Anschauung das Vermögen des Ordnens der gegebenen Mannigfaltigkeiten zugestanden werden muß, so ist gleichzeitig zu betonen, daß die von ihr gestiftete Ordnung das Seiende nicht, wie es bei der vom Verstande ausgehenden Ordnung geschieht, in allgemeine Gesetze zu bringen vermag, sondern daß sie nur den Sinn haben kann, dem einzelnen Seienden seine Stelle zuzuweisen, an der es vom Verstande spontan aufzugreifen und in gesetzmäßige und notwendige Zusammenhänge zu bringen ist.

In die beiden Anschauungsformen des Raumes und der Zeit muß der Verstand seinen Gegenstand notwendig einfügen. Das bedeutet, daß er den Gegenstand in der Form des Neben- und zugleich Nacheinander zu erschaffen hat. Diese Bezogenheit des Verstandes zur Anschauung ist als der Grund einer Eigenschaft des subjektiven Erkenntnisvermögens anzusehen, welche Kant die Diskursivität genannt hat.

Wenn man an einem mathematischen Gegenstand, etwa einer Linie, das synthetische Wirken des Verstandes beobachtet, zeigt sich, daß die von ihm gestiftete gegenständliche Einheit von zwei Seiten her zu betrachten ist, d. h. in der philosophischen Reflexion in zwei verschiedene Ansichten auseinanderfällt.

Der der ersten Ansicht entsprechende Einheitsbegriff bezieht sich auf diejenige theoretische Einheit, in welcher die verschiedenen einzelnen Teilbestimmungen und Eigenschaften, welche den Gegenstand, in unserem Beispiel die Linie, theoretisch kennzeichnen, in einem einheitlichen Begriff, der das Wesen Linie erfaßt, ursprünglich eingeschlossen werden. Sie werden damit in eine objektive Synthese gebracht und in gesetzmäßige Zusammenhänge gestellt. Unternimmt man es jedoch, statt auf die notwendige Gesetzmäßigkeit, die den theoretischen Gegenstand Linie bestimmt, und das aus ihr sichtbare Wesen: Linie überhaupt, auf einen bestimmten Repräsentanten dieses Wesens, nämlich eine einzelne Linie zu achten, so findet man, daß diese Linie schon als Figur im Raume betrachtet, der Leistung einer Einheit, nämlich der „figürlichen" Einheit zu verdanken ist, welche nicht allein durch die reine Anschauung, sondern in eben demselben Maße durch den Verstand geschaffen wird.

Der Bereich der figürlichen Synthese muß deshalb am Verstande Anteil haben, muß also ein wirklich synthetischer Bereich sein, da sonst die einzelnen diesem Bereiche angehörenden Figuren niemals in einen theoretischen, von notwendiger Gesetzmäßigkeit beherrschten Sinnzusammenhang gestellt werden könnten. Eine einzelne Figur, wie z. B. eine Linie, könnte daher ohne die bei der figürlichen Synthese gezeigte Mitwirkung des Verstandes niemals jener Einheit teilhaftig werden, welche die einzelnen anschaulich gegebenen Teile sinnvoll gerade zu diesem besonderen figürlichen Bilde zusammenschließt, und ohne welche eine Figur, in unserem Beispiel eine Linie, niemals als eine räumliche Darstellung und Repräsentation eines Wesens, also des Wesens Linie begriffen werden könnte. Abgesehen davon, daß bei Kant der Begriff der Diskursivität in eindeutiger Weise, wie sie später noch beschrieben wird, festgelegt ist, könnte man ihn in diesem Zusammenhang auf eine zweifache Art auslegen, je nach dem Einheitsbereiche, in welchem man ihn erklärt.

Das Verhalten, welches der Verstand in dem ersten der oben genannten Einheitsbereiche zeigt, darf mit folgendem Rechte den Namen der Diskursivität annehmen: Der Verstand, der durch die ihm ursprünglich angegliederte Anschauung immer nur fähig ist, hinter den einzelnen Erscheinungsfolgen und Ansichten eines Gegenstandes, die ihm zu erfassen vergönnt sind, auf das gegenständliche Wesen in seiner Ganzheit durchzublicken, niemals aber diese Ganz-

heit in einem einzigen umfassenden Begriffe zu umgreifen, ist gezwungen, von der einen Wesensbestimmung des Gegenstandes zur andern fortzuschreiten, sie alle der Reihe nach zu „durchlaufen", um durch die dem Bewußtsein nacheinander aufgezeigten Bestimmungen hindurch auf das ihnen allen zugrundeliegende und immer in gleicher Weise gegenwärtige Wesen vordringen zu können. Das hierbei zur Schau getragene Verhalten des Verstandes dem gegenständlichen Wesen gegenüber ist somit als diskursiv zu bezeichnen.

Für Kant jedoch hatte die Diskursivität offenbar diejenige Prägung, die an der zweiten Art der beiden oben beschriebenen Einheiten sichtbar wird.

„Ich kann mir keine Linie, so klein sie auch sei, vorstellen, ohne sie in Gedanken zu ziehen, das ist von einem Tunkte alle Teile nach und nach zu erzeugen und dadurch allererst diese Anschauung zu verzeichnen" [1]). Das Wesen der Linie überhaupt, das im Verstande durch die erste der bezeichneten Synthesen entworfen wird, findet seine Repräsentation in der einzelnen sinnlich im Raume vorgegebenen Figur. Und zwar bedeutet diese figürliche Gegebenheit nicht eine willkürliche Zugabe, die unbeschadet der objektiven Existenz des Gegenstandes auch fehlen könnte. Ihre Notwendigkeit folgt daraus, daß in dem vom Verstande erzeugten Wesen Linie, wie in jedem theoretischen Gegenstande, die sinnliche Anschauung zugegen ist. Da, wie aus der transzendentalen Deduktion hervorgeht, Verstand und reine, sinnliche Anschauung nicht nur unabhängig nebeneinander herlaufen, sondern ursprünglich aufeinander bezogen sind, folgt nämlich, daß ein Gegenstand immer dann notwendig auch ein Dasein im anschaulichen Bereiche besitzt, wenn er seinem Wesen nach vom Verstande konstituiert wurde.

Die sinnliche Repräsentation des gegenständlichen Wesens wird durch den Akt der figürlichen Synthese, bei der die Zusammenarbeit der beiden in dieser Art der Synthese sich zu gleicher Zeit als produktiv erweisenden „Vermögen" des Verstandes und der Anschauung sichtbar wird, geleistet. Aus diesem ursprünglichen Zusammenwirken ergibt sich bei der konstruktiven Darstellung der Figur, durch die allein „die Anschauung" dieser Figur „verzeichnet" wird, die Notwendigkeit, deren einzelne, räumlich geordnete Teile zu durchlaufen, um so die Erzeugung des Gegenstandes Linie zu leisten.

Bei dem Akte der figürlichen Synthese wird der produktive Beitrag, den die Anschauung zu leisten hat, deutlich sichtbar. Denn sie muß die räumliche Anordnung der einzelnen Elemente, aus denen sich die Figur der Linie zusammensetzt, besorgen und hat

1) Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl. Königsberg 1787, S. 204.

dabei die Fähigkeit zu zeigen, diese Elemente ihrem sinnlichen Gehalte nach zu entwerfen. Keineswegs aber verleugnet sie hierbei ihre Eigenschaft der Rezeptivität, auf Grund deren sie die einzelnen Elemente des Gegenstandes immer nur in der Form des Fortschreitens von dem einen zum andern zu entwerfen vermag und so ihren Gegenstand Linie nur nach und nach aufzeichnen kann. Und da bei der figürlichen Synthese gleichzeitig mit der Anschauung auch der Verstand als das „Vermögen" der Spontaneität beteiligt ist, wird die Gewähr dafür gegeben, daß dem anschaulich entworfenen, räumlichen Gebilde auch die figürliche Einheit aufgeprägt wird, die der Figur der Linie zukommen muß, wenn sie in theoretischen Wesenszusammenhängen stehen und als Darstellung und konstruktive Erfüllung eines Wesens gelten soll. Der Verstand muß daher den für die objektive figürliche Einheit notwendigen Ueberblick über die einzelnen von der Anschauung entworfenen Elemente der Figur zustandebringen, ohne den diese Teile in zusammenhanglosem Nebeneinander stehen und sich nie zu dem Ganzen der Figur zusammenfinden würden. Da sich die Anschauung in dieser Art der Synthese als produktiv erweist, der Verstand aber, ursprünglich auf die Anschauung eingestellt, die Entfaltung dieser anschaulichen Produktivität nicht stören darf, muß er die Durchführung seines eigenen Anteiles an der figürlichen Synthese schrittweise, von Element zu Element fortschreitend gestalten, um die Anschauung, welcher der sukzessive Entwurf und zugleich die Aufnahme der einzelnen sinnlich besonderten, figürlichen Teile obliegt, gleichsam mitkommen zu lassen. Trotz dieser die einzelnen gegenständlichen Elemente in ihrer Vorgegebenheit verfolgenden sukzessiven Synthese ist jedoch das Wirken des Verstandes hier immer noch deutlich von demjenigen der Anschauung zu unterscheiden. Denn mit diesem Akte des gegenständlichen Durchlaufens bewirkt der Verstand nur die Vollendung jener Teilakte, aus denen sich der ganze Akt der gegenständlichen und damit auch der figürlichen Synthese (die als eine ganz bestimmte Seite an der gegenständlichen Synthese zu gelten hat, nämlich als diejenige, die vom Bereiche der „realen" [s. später] Konstruktion her sichtbar wird) zusammensetzt, und faßt diese nicht etwa schon als die Erledigung seiner ganzen Aufgabe auf. Dem „konstruktiven" Akte, den der Verstand leistet, geht nämlich derjenige vorher, durch welchen die theoretische Einheit der Figur spontan erzeugt wird und in dem gleichzeitig die für den Verstand notwendig zu erfüllende Aufgabe miteinbegriffen ist, die einzelnen Teile der Figur auch nacheinander abzulaufen, um sie der entworfenen ursprünglichen Einheit zu unterstellen und so die aus Entwurf und Erfüllung der figürlichen Einheit bestehende figürliche Synthese zu vollenden.

Der Anschauung dagegen ist es, wenn man sie allein nimmt, versagt, sich im Sinne des Verstandes als diskursiv zu erweisen, also nicht nur von einem Element zum andern fortzuschreiten, sondern gleichzeitig damit bewußt die figürliche Einheit zu erzeugen. Denn sie kann für sich allein nur immer, von der Besonderheit des einzelnen Elementes eingenommen, „blindlings" von einem zum andern übergehen, ohne diese jedoch a l s Elemente des figürlichen Ganzen zu begreifen.

Daraus geht also auch hervor, daß in dem Begriffe diskursiv mehr enthalten sein muß, als es das Bild des bloßen Durchlaufens, der mechanischen Bewegung, die von einem Teil zum andern führt, auszudrücken vermöchte. Denn das Wesen der diskursiven Gegenstandserzeugung soll darin bestehen, daß zugleich mit der Tätigkeit des Durchlaufens der einzelnen Gegenstandselemente die Einheit erfüllt und vollendet wird, welche das im Bereiche der sinnlichen Zeichenwelt zu konstruierende Bild des Gegenstandes ermöglicht. Die vereinzelten Mannigfaltigkeiten werden vom Verstande beim Durchlaufen nicht nur gleichsam nacheinander berührt, wie wenn man etwa eine Linie wirklich durchlaufen und dabei deren einzelne Punkte passieren würde. Von wesentlicher Bedeutung ist es, daß dadurch eine Synthese über alle im Durchlaufen berührten Mannigfaltigkeiten zustandekommen soll. Der Akt der sukzessiv verlaufenden synthetischen Vereinigung der vereinzelten figürlichen Mannigfaltigkeiten ist zugleich notwendig in der Erzeugung der gegenständlichen Figur und damit des Gegenstandes Linie überhaupt mit einbegriffen.

Deshalb, weil ein Gegenstand: A nur in der Form der Diskursivität, der Abtrennung des einen Teiles vom andern als gegenständliche Einheit zu begründen ist, gibt es für ihn selbst dergleichen, wie Absonderung und Unterscheidung von andern Gegenständen: non A. Zugleich mit dieser Abtrennung von andern Gegenständlichkeiten geht jedoch auch eine Gleichsetzung des A mit sich selbst einher. Das bedeutet, daß ein Gegenstand deshalb, weil er in der Form der Diskursivität erzeugt und notwendig in der Anschauung verankert ist, seinem Wesen nach als theoretischer Gegenstand überhaupt von den beiden Sätzen $A = A$, und $A \neq$ non A (Satz der Identität bzw. des Widerspruchs) bestimmt wird.

Der Zusammenhang, der zwischen den beiden eben genannten Grundsätzen und der in der Anschauung wurzelnden Diskursivitätseigenschaft des empirisch-theoretischen Verstandes besteht, wird besonders deutlich, wenn man diesen Verstand einem absoluten, auf keinerlei sinnliche Anschauung bezogenen Verstande gegenüberstellt, wie er besonders in der Philosophie des deutschen Idealis-

mus von Fichte bis Hegel zum philosophischen Thema gewählt wurde.

2. Die Sätze der Identität und des Widerspruchs in ihrem Verhältnis zum theoretischen Gegenstande.

Für einen absoluten Verstand, der noch „jenseits" aller Selbstspaltung und Teilung steht, ist es wesentlich, daß er weder Grenzen und Schranken selber setzt, noch seinerseits durch eine Eingrenzung beschränkt wird. Für ihn gibt es in dem rein absoluten „Zustande" keine Unterscheidung zwischen Erkennen und Gegenstand des Erkennens, zwischen Form und Stoff u. s. f., weil derartige Unterschiede nur durch eine Abgrenzung und Gegenüberstellung der jeweils unterschiedenen Bereiche möglich ist und somit schon die Tätigkeit der Grenzsetzung voraussetzen müßte. Wollte man daher die Begriffe von den Tätigkeiten des theoretischen Setzens und Begreifens, wie sie unserem theoretisch-empirischen Verstande eigen sind, in das Gebiet absoluter Setzung übertragen, so ergäbe sich in diesem Bereiche für die genannten Begriffe, daß dasjenige, welches setzt und ein gegenständliches Etwas im Bewußtsein erfaßt, als absolut identisch [1]) zu gelten hätte mit demjenigen, welches in dieser Setzung gesetzt und im absoluten Bewußtsein begriffen wird. Das sein absolute Begreifen umfaßt daher immer gleich die ganze Totalität des Absoluten selber, niemals Teile daraus. So muß dasjenige, was im absoluten Bewußtsein begriffen wird, selbst mit dem Begreifenden identisch sein, da es ja die Totalität bedeutet, „außerhalb" der nichts mehr existieren kann.

Wenn nun der absolute Bereich als solcher kein Begreifen eines theoretisch-empirischen und daher bestimmten Inhaltes kennt, so ist er doch allein der Grund aller theoretischen Gegenständlichkeit und alles theoretischen Erkennens der Gegenstände. Da nämlich das Absolute dem mannigfaltigen Leben nicht in toter Starrheit gegenübersteht, sondern selber erst überhaupt den Antrieb und Grund allen Lebens bildet — gerade darin liegt sein Daseinsrecht und der Grund seiner Selbstermöglichung —, muß es im theoretischen, wie im praktischen Sinne alle dem Leben eigene Aktivität entfalten. (Dieser auf das Leben sich beziehende Begriff des Absoluten ist, wenngleich in verschiedener Weise gedeutet und verwertet, von Fichte bis Hegel in gleicher Weise anzutreffen.) Aus diesem Grunde muß das Absolute den Zustand der Ruhe, der absoluten Selbstidentität verlassen und sich dem Objekt seiner lebendigen

1) s. den Begriff der absoluten Identität, S. 32 f.

Aktivität selber als das aktiv lebendige „Subjekt" bewußt gegenüberstellen. Da es aber das ausschließlich Eine ist, und außer ihm kein Sein möglich ist, welches seinen eigenen Existenzgrund in sich hat, so muß das Objekt, mit dem es sich auseinandersetzt, seinem eigenen Wesen und Bereiche entstammen. Das Absolute muß sich in sich selbst entzweien und gegenüberstellen, innerhalb seiner also Grenzen der Unterscheidung errichten.

Erst dadurch, daß es aus dem Zustande der absoluten Selbstabgeschlossenheit heraustritt und sich mit sich selber „auseinandersetzt", geschieht eine Unterscheidung zwischen demjenigen, welches diese Auseinandersetzung vornimmt, und dem, welches durch sie bestimmt wird. Die ursprüngliche Spaltung, welche das absolute Bewußtsein innerhalb seiner selbst vornimmt, ist gleichbedeutend mit einer Spaltung des Seins in eine Bedingung und ein Bedingtes, eine Form und ein Material. (Der ursprüngliche Akt der Auseinandersetzung „geschieht" nicht eigentlich, wie jede andere Auseinandersetzung geschieht, weil sie ja erst jedes empirisch besonderte Geschehen möglich macht. Sie verläuft daher nicht in der Zeit, da sie die Zeit erst erschafft und einen besonderen Prozeß in der Zeit ermöglicht. Der Begriff „Auseinandersetzung", welcher andeutet, daß sich etwas „außerhalb" eines andern setzt, verwendet die vom Anschaulichen hergenommene Bestimmung des „Außerhalb" in demselben Sinne, in dem man bei logischen Verhältnissen etwa von einem Aus- bzw. Einschließen spricht. Nur wird alles logische Abgrenzen erst durch den Akt der Selbstspaltung des Absoluten ermöglicht, durch welche erst die Grenzen erschaffen werden, mittels deren der Verstand seine logischen Prozesse vollzieht.)

Der Gedanke, durch ein „Absolutes" die Lebendigkeit des Seienden zu begründen, und der Begriff der ursprünglichen Auseinandersetzung sollen als Ausgangspunkt für das Folgende dienen. Es wird sich freilich im Laufe der Darstellung als nötig erweisen, dem Begriff des „Absoluten" selbst, d. i. desjenigen Seienden, welches allein durch sich und an sich zu existieren vermag, einen andern Sinn beizulegen, als es in der Philosophie des deutschen Idealismus geschah. Die entsprechende Bedeutungsänderung wird sich auf den Begriff der Idee, des Geistes überhaupt, der Unendlichkeit u. s. f. zu erstrecken haben. Es wird sich nämlich zeigen, daß das Absolute die Prägung der reinen Idee aufzugeben und die Form einer in dieser Schrift genannten „Ganzheit" anzunehmen hat, einer Ganzheit, die als die ursprüngliche Wurzel zu gelten hat, aus der Geistig-Formhaftes und Körperlich-Stoffhaftes gemeinsam hervorgehen.

Der spontane Urakt des absoluten Verstandes, durch welchen dieser innerhalb seiner selbst Grenzen setzt und so aus seiner un-

geteilten Totalität heraustritt, um sich einzuschränken, hat als die Ermöglichung dafür zu gelten, daß es dergleichen wie theoretisches Erkennen und ein diesem Erkennen Entgegenstehendes, den theoretischen Gegenstand gibt. Durch die „Urteilung" wird jedes besondere Urteil über einen Gegenstand, wird jede Erkenntnis und damit auch die Wahrheit oder Falschheit der Erkenntnis, es wird überhaupt die Existenz einer wesentlich kategorialen Gegenstandswelt, wie sie der Bereich der theoretischen Gegenstände darstellt, ermöglicht.

Es ist die auszeichnende Eigenschaft, die dem Satz der Identität bzw. des Widerspruchs zukommt, das Wesen des kategorialen Erkenntnisbereiches überhaupt, abgesehen von jeder theoretischen Besonderung des Sinnes zu kennzeichnen. Denn das kategoriale Gebiet, das Gebiet des theoretischen Urteils wird seinem Wesen nach dadurch geprägt, daß es über Grenzen verfügt, mittels deren es einen Gegenstand A von allem, was nicht zu ihm gehört (= non A), absondert und damit alle zu A gehörigen Bestimmungen innerhalb der Schranken, durch welche A theoretisch eingegrenzt wird, ebenso einschließt, wie es alle „andern", nicht zu A gehörigen Bestimmungen logisch ausschließt [1]).

Deshalb ist es die Bedeutung des Satzes von der Identität: $A = A$, und desjenigen vom Widerspruch: $A \neq \text{non } A$, daß er wesentlich den Bereich des theoretischen Erkennens als denjenigen einer kategorialen Gegenständlichkeit kennzeichnet. Denn wie im Satz der Identität das logische Einschließen aller Bestimmungen, die zu A gehören, und damit eine Eingrenzung aller Wesensbestimmungen von A innerhalb der Schranken geschieht, durch welche der Bereich A gegenständlich eingegrenzt wird, so wird durch den Satz des Widerspruchs eine Ausschließung aller nicht zu A gehörigen Bestimmungen durchgeführt und diese somit aus den gegenständlichen Grenzen von A in das Gebiet non A verwiesen.

Wie sich die „theoretische" Identität, die im Satze der Identität logisch erfaßt wird, von einer „metatheoretischen", absoluten und mit der Verschiedenheit unvermischten [2]) Identität unterscheidet, zeige das folgende Beispiel:

Wenn das absolute Ich bei Fichte, das die ganze Totalität des Seins umfaßt, seine eigene Setzung vollzieht, so vermag es sich in dem Sinne der reinen, absoluten Identität zu setzen. Daß es sich hier um eine Identität solcher Art handelt, kommt in dem gleichzeitigen Bestehen der folgenden Sätze zum Ausdruck: 1. Das Ich ist,

---

1) vergl. hierzu S. 38 ff.

2) D. i. einer Identität, die sich gegenüber der Verschiedenheit nicht abzugrenzen hat und infolgedessen zu ihrer Bestimmung des Begriffes der Verschiedenheit nicht bedarf.

weil es sich setzt, und 2. Das Ich setzt sich, weil es ist[1]). Es gibt im Bereiche des reinen absoluten Ich kein kategoriales Verhältnis, also auch kein Grund-Folge-Verhältnis zwischen Setzen und Sein[2]). Beide, Setzen und Sein des Ich, sind durch eine Identität verbunden, die keine zugleich bestehende Abgrenzung mit sich führt. Das Zugleichbestehen der im Sinne des kategorialen Grund-Folge-Verhältnisses einander widersprechenden Sätze weist auf die Tatsache hin, daß es sich hier um eine jenseits jeder Kategorie liegenden absoluten Identität handelt. (Streng genommen müßte man sagen, beide angeführten Sätze sind gleichrichtig, aber auch gleichfalsch, weil wir eben jene reine Identität mit unseren kategorialen Begriffen nicht zu erfassen vermögen und immer da, wo wir den Versuch machen, die Grenzenlosigkeit und totale Einheit des absoluten Bereiches mit unseren Begriffen zu begreifen, in diesen Bereich eine Spaltung hineintragen.) Der Satz: Ich ist Ich hat demnach nicht als ein auf das Ich angewandter und inhaltlich erfüllter logischer Grundsatz zu gelten, der, von allem besonderen Inhalt losgelöst, $A = A$ heißt. Im Gegenteil ist die Aussage $A = A$ durch logische Reflexion aus der theoretischen Tätigkeit des Ich gewonnen worden und daher erst durch die ursprüngliche Ichsetzung des Ich möglich. Da das Ich teilbar ist, wird die Ermöglichung für einen begrenzten Ausschnitt aus seiner Totalität, für das A gegeben. Daß der Satz $A = A$ gilt, läßt sehen, daß im A wenigstens noch ein Teil des Ich „unaufgehoben" bleibt, nämlich insofern die Beziehung der Identität, freilich nur der empirischen Identität gilt. —

Im empirisch-theoretischen Verstande besteht zwischen der Identität und dem ihr Entgegengesetzten, ihrem Widerspruch eine Grenze der Unterscheidung. Jede der beiden Formen setzt sich der andern entgegen, und tritt aber damit auch gleichzeitig mit ihr in Beziehungseinheit. Der theoretisch-empirische Verstand ist als Stätte dieser Entgegensetzung und Vereinigung seinem Wesen nach gekennzeichnet. Für ihn ist es wesentlich, der Ort der Begrenzung, des logischen Ein- bzw. Ausschließens und damit der gegenständlich-kategorialen Ausschnitte zu sein. Alle theoretische Gegenständlichkeit ist als solche durch dieses ursprüngliche Ein- bzw. Ausschließen ermöglicht.

Jede Setzung eines X bedeutet also eine theoretische Eingrenzung, durch welche die Bestimmung dieses X zu einem theoretischen Etwas geschieht. Das durch den theoretischen Urakt der Eingrenzung geschaffene X vermag aber nur deshalb zu existieren, weil der Akt der eingrenzenden, ursprünglichen Setzung notwendig

1) Fichte, Wissenschaftslehre, 1794.
2) Inwiefern es sich hierbei um eine Kategorie handelt, wird später noch besprochen werden.

zugleich mit dem Akte des dieser Setzung Entgegensetzens, der Setzung eine non X verbunden ist. Und zwar wird das non X von der es erzeugenden Setzung nicht nur außerhalb der Grenzen verlegt, in welche das X eingeschränkt wird, sondern es hat sich diesem X sogar zu widersetzen, es muß ihm gleichzeitig entgegenstehen. Das ist aber nur dann möglich, wenn es selber in theoretische Schranken eingefügt ist. Denn nur wenn das non X die Kraft aufbringt, die theoretische Geltung in einem eigenen Bereiche zu bestimmen und zu behaupten, vermag es sich der ersten Setzung, derjenigen des X entgegenzustellen. Dieses X hinwieder kann aber nur deshalb seine Aufgabe der Behauptung innerhalb seiner theoretischen Grenzen erfüllen, weil es gleichsam zum Widerstand gegen das sich ihm kontradiktorisch entgegensetzende non X gezwungen wird. Somit wird es dahin gebracht, sich dem entgegensetzenden non X gegenüber bewußt als identische Einheit zu behaupten. Daher hat die theoretische Setzung und Eingrenzung des X zugleich die Setzung seiner Identität zu bedeuten, und zwar deshalb, weil mit der ursprünglichen eingrenzenden Setzung X zugleich die Entgegensetzung non X einhergeht, die dem X die Notwendigkeit aufgibt, bewußt als identisch Eines zu existieren.

Die zwischen X und seinem Widerspruch herrschende kontradiktorische Gegensätzlichkeit macht den logischen Unterschied, durch den die Verschiedenheit des mannigfaltigen Seienden untereinander zu begreifen ist, möglich.

Setzung und Entgegensetzung haben, wie noch deutlicher hervorgehen wird, als die Urkategorien des empirisch-theoretischen Gegenstandsbereiches zu gelten. Nun muß den ursprünglichen Tätigkeiten des Setzens und Entgegensetzens ein Etwas gegenüberstehen, welches diese beiden Akte an sich geschehen läßt, also von der ursprünglichen Setzung bzw. Entgegensetzung betroffen wird.

Da sich die Aufgabe der kategorialen Urformen darin erschöpft, sich auf das geformte Seiende hin zu richten, so kann jede dieser Formen gleichsam von zwei Seiten her beobachtet werden und „erscheint" demgemäß auch in einer zweifachen Art und Weise.

Die eine ihrer beiden Erscheinungsweisen wird dann sichtbar, wenn man die Form dabei beobachtet, wie sie sich gerade vorbereitet, dem Seienden seinen Sinn mitzuteilen, wenn man also, was dasselbe bedeutet, diesen Sinn bei seinem Vorhaben ins Auge faßt, von der Form, in der er beheimatet ist, auf das Material überzugehen. Ist es jedoch das zu formende Seiende selbst, das auf seine logische Ordnung hin, welche die Kategorie und der ihr entstammende Sinn an ihr vollzieht, in den Blick gefaßt wird, so bietet sich die andere der beiden Erscheinungsweisen dar, diejenige also, welche sich von der Seite des Materials her zeigt.

Auf Grund dieser doppelten Ansicht der beiden Kategorialformen ergibt sich die Möglichkeit, die diesen Formen zu verdankende kategoriale Leistung auf eine zweifache Art und Weise zu beschreiben. So wie man diese Leistung nämlich an dem widersetzenden Verhalten beobachten kann, welches die Formen A und non A selbst zueinander zeigen, so kann man das in der Form A gesetzte Seiende a, sowie das in der entgegengesetzten Form non A einbegriffene Seiende x auf die in ihnen gestiftete Ordnung hin ansehen. Von dieser Ordnung aus gesehen, durch welche die beiden Seienden a und x in die Beziehung des mit sich Identischseins bzw. des untereinander Entgegengesetztseins gestellt werden, müssen die Seienden a und x als entgegengesetzte Gegenstände mit a und non a benannt werden.

Ein in dieser Weise bestimmtes, durch die Setzform A im Gebiete der theoretischen Gegenständlichkeit gesetztes a werde nun betrachtet. Ihm ist durch die Form des Entgegensetzens: NON A[1]) das Seiende non a entgegengeordnet. Die so betrachteten a und non a stehen nun bekanntlich in theoretischen Grenzen, denjenigen nämlich, durch welche sich die entgegengesetzten Gegenstände gegenseitig abschließen. Beide, a und non a, müssen aber durch Ueberwindung dieser Grenzen in demselben Akt der ursprünglichen einschließenden Setzung zusammengeschlossen und in einer neuen Identität vereinigt werden, durch welche das a entstand. Gleichzeitig folgt, daß dem in der neuen Identitätsform: B gesetzten Seienden: b (b = a + non a) durch den schon beschriebenen Akt des widersetzenden Abgrenzens ein non b gegenübergestellt werden muß, welches als wirklich Seiendes zwar dem a nicht „widersprechen" kann, ihm aber durch den Widerspruch entgegengesetzt wird. Da die Glieder b und non b jetzt gleich den a und non a zu behandeln sind, entsteht durch eine endlose Anwendung der ursprünglichen Grundakte eine endlose Folge theoretisch bestimmter Gegenstände, die durch Grenzen abgetrennt, also verschieden voneinander und in der logischen Form der Verschiedenheit erfaßbar sind. Dieser Zusammenhang zwischen den Erscheinungen des ursprünglichen Setzens und Entgegensetzens einerseits und der Verschiedenheit andererseits erlaubt es zu sagen: Dasjenige Seiende, welches von a verschieden ist, und das mit b, c, d, ... bezeichnet werden möge, muß, in eine logisch formale Form gebracht, in der f o r m a l e n Form des [NON A] versammelt werden[2]).

1) In andern Teilen der Schrift, wo die in diesen Seiten erörterten Unterscheidungen nicht eigens hervortreten sollen, werden für das Symbol des Widerspruchs die üblichen kleinen Buchstaben verwendet.

2) Die Klammer um das NON A möge äußerlich den Unterschied andeuten, den diese formale Form gegenüber der gleichnamigen transzendentalen Form, derjenigen des ursprünglichen Setzens, aufweist.

Es soll jetzt kurz besprochen werden, worin der Unterschied zwischen der eben behandelten formalen Form: [NON A] und der ihr gleichlautenden transzendentalen Form: NON A zu suchen ist[1]).

Durch die beiden Erscheinungsweisen der ursprünglichen Formen des Setzens hindurch war das durch ewig spontanes Wirken sich auszeichnende Wesen dieser Formen sichtbar. Wir versuchten, es das eine Mal durch das Bild der Bewegung, welche durch den Uebergang des der ursprünglichen Form entstammenden Sinnes auf sein Material entstand, sichtbar zu machen. In dem andern Falle, in welchem die Tätigkeit der Form an dem für die Formung bestimmten Material beobachtet wurde, prägt sich diese ewige Wirksamkeit der Form in der ständigen, allerdings passiven Bewegung ab, in der sich das Seiende befindet, das gerade mit der vom Sinn herkommenden Ordnung ausgestattet wird.

In dieser Betrachtung, welche ausdrücklich nichts von dem ewig tätigen Wesen der kategorialen Form verdeckt lassen will, ist nur ihre auf die Ermöglichung der Gegenstände ausgehende Leistung zu sehen, nicht aber die zur fertigen Wirklichkeit gewordene theoretische Ordnung, welche, den Gegenständen aufgezwungen, als das vollendete Werk dieser ermöglichenden Form zu gelten hat. Nachdem die beiden ursprünglichen Setzformen in ihrer ewig spotan-kategorialen Wirksamkeit dem Seienden seinen theoretischen Sinn aufgeprägt haben, ist dieser Sinn, zur Erstarrung gebracht, gleichsam als die Spur sichtbar und aufweisbar, welche in den Setz-Akten auf das Seiende abgeprägt wurde. Wenn der theoretische Sinn im Bereiche des ursprünglich transzendentalen Setzens als stets wirkende lebendige Form auftritt, die in ihrer Bewegtheit wohl sichtbar, aber im Begriffe nicht festzuhalten ist, so geht er bei seiner bildlichen Erstarrung in eine feststehende und daher begreifbare Form ein, er wird zur sog. formalen Form. Die Akte des ursprünglichen identischen Setzens und des entsprechenden Entgegensetzens zeichnen sich nun, auf das Gebiet der formalen Wirklichkeit übertragen, in der Weise ab, daß sie in der Gestalt der formalen Sätze der Identität und des Widerspruchs sichtbar werden, daß also gilt: Die formal erstarrte Form A und die ihr entgegenstehende, aber gleichartig formale Form [NON A] sind einander kontradiktorisch entgegengesetzt. Und wie sich auf Grund der zwischen den ursprünglichen Setzformen bestehenden Auseinandersetzung die zwischen den mannigfaltigen Gegenständen bestehende kategoriale Verschiedenheit ergibt, so folgt hier im formalen Gebiet die Existenz einer entsprechenden formalen

1) s. auch a. a. Stelle, S. 46 ff.

Verschiedenheit. Es gibt also eine formale Form, welche alles dasjenige Seiende (= b, c, ...), welches vom Gegenstande a wesensverschieden ist, formal zu erfassen vermag. Die Gesamtheit und notwendig zu fordernde Vollzähligkeit aller von a verschiedenen b, c, d, ... ist in diejenige logische Form zu bringen, die zur Form A im formalen Widerspruch steht, also NON A zu heißen hat.

Wie hervorgehoben wurde, ist zu beachten, daß die Begriffe (= B, C, ...) der von a verschiedenen b, c, d, ... noch nicht auf Grund ihrer Verschiedenheit von dem Begriffe (= A) des a zu ihm in Widerspruch gesetzt werden dürfen. Das wäre auch nicht im Sinne des oben erörterten Zusammenhanges zwischen den Formen: Identität — Entgegensetzen — Verschiedenheit. Aber die von einem A verschiedenen Begriffe, in ihrer Gesamtheit vereinigt und erfaßt, haben in der logischen Form des [NON A] zu stehen und müssen demnach als Gesamtheit in den formalen Widerspruch zu A gesetzt werden. Da in dem [NON A] ein formales Abbild der Tätigkeit des ursprünglichen Entgegensetzens vorliegt, muß für die Möglichkeit seiner Existenz die Bestimmung der Vollzähligkeit aller in ihm formal einbegriffenen b, c, d, ... gefordert werden. Denn mit den ursprünglichen Akten des Setzens und Entgegensetzens wird, wie oben schon abgeleitet wurde, zugleich die Existenz all dieser Gegenstände in ihrer Totalität begründet.

Die ursprünglichen Formen des Setzens und des Entgegensetzens sind aufeinander bezogen und fordern einander. Oben wurde erwähnt, daß es dem einschließenden Setzen nicht gelingen würde, der Ursprung für den theoretischen Sinn der Identität zu sein, wenn für diese Form des Setzens nicht die Notwendigkeit bestehen würde, gegenüber der Form des Entgegensetzens standzuhalten und sich zu behaupten. Die transzendentale Deduktion der Identität hat also auf dem Umwege über den Widerspruch zu geschehen.

Ebenso ist es aber auch für den Widerspruch nicht möglich, abgelöst und ohne Beziehung zur Identität zu existieren. Denn die Tätigkeit des Entgegensetzens, des ursprünglichen Ausschließens, vermag sich nur dann zu entfalten, wenn sie sich einem Standhalten, nämlich dem ursprünglichen Setzen entgegenstellen kann, und etwas voraussetzen darf, demgegenüber sie ihre Abgrenzung vollzieht. Der Form der „Nichtidentität" muß diejenige der Identität notwendig gegenüberstehen.

Aus der oben gefolgerten Abhängigkeit des Verschiedenheitsbegriffes von den ursprünglichen Formen des Setzens folgt daher für das Verhältnis, welches zwischen dem in der Identität einbegriffenen Seienden und den von ihm verschiedenen Gegenständen besteht: Daß ein Seiendes die Eigenschaft besitzt, mit sich identisch,

also als ein theoretischer Gegenstand durch die ursprüngliche Setzung verwirklicht zu sein, kann nur durch das gleichzeitige Dasein eines von ihm verschiedenen Seienden möglich sein. Und umgekehrt muß für das Dasein voneinander verschiedener Gegenstände gleichzeitig vom einzelnen Gegenstand gefordert werden, daß er mit sich selbst identisch und in der Form der formalen Identität einzubegreifen ist.

Das oben gekennzeichnete Verhältnis zwischen Identität und Widerspruch, Identität und Verschiedenheit ist grundlegend für das Gefüge des empirisch-theoretischen Erkenntnisbereiches überhaupt, da es unmittelbar aus dem Wesen des ursprünglichen Setzens abzuleiten ist. In einen reinen und absoluten Bereich hinübergetragen, nehmen die Begriff der identischen Setzung und ihrer entsprechenden Entgegensetzung eine andere Bedeutung an, wie an der Hand des Beispieles vom Fichteschen Ich gezeigt wurde.

Durch die ursprünglichen Tätigkeiten des einschließenden und des ausschließenden Setzens werden dem empirisch-theoretischen Verstande die Grenzen verschafft, mit Hilfe deren er alles dasjenige, was zu einem theoretischen Wesen gehört, logisch innerhalb der dieses Wesen umgebenden Grenzen einschließen kann, andererseits aber auch die Gesamtheit alles Andersartigen aus diesen Grenzen auszuschließen und sie diesem Wesen entgegenzusetzen vermag. Mit Hilfe derselben Grenzen wird es dem empirisch-theoretischen Verstande möglich, ein Seiendes im empirisch-theoretischen Sinne als mit sich identisch und als von anderem verschieden zu begreifen [1]). Das Seiende nun, welches in dieser Weise als identisch mit sich und damit gleichzeitig als verschieden von Anderem begrifflich erfaßt wird, muß wegen der Grenzen, von denen es umgeben ist, gleichsam als ein Ausschnitt betrachtet werden, der aus der absoluten Totalität herausgenommen und für sich bzw. im Verhältnis zu Anderem betrachtet wird. Da es nun die Aufgabe der transzendentalen Verstandesform, der Kategorie ist, diesem Ausschnitt den Charakter einer bestimmten theoretischen Gegenständlichkeit zu verleihen und ihm einen besonderen theoretischen Sinn zu geben, da weiterhin diese Form einen Gegenstand erst deshalb überhaupt konstituieren kann, weil sie ihn als einen Ausschnitt aus der Totalität des Seins begreift, müssen in jeder Kategorie als einer theoretischen Form die Tätigkeiten des ursprünglichen Setzens, welcher die Identität zu verdanken ist, sowie

---

1) Daß hier neben der empirisch-theoretischen (= „abbildlichen") Identität auch noch auf die Existenz einer rein-theoretischen (= „urbildlichen") Identität hinzuweisen wäre (die von der oben „absolut" genannten Identität verschieden ist), sei hier betont. Darauf einzugehen wäre jedoch in diesem Zusammenhang zu weitläufig.

diejenige des ursprünglichen Entgegensetzens, als deren Leistung der Widerspruch zu gelten hat, am Werke sein. Die Kategorie muß diese beiden Grundformen des theoretischen Erkennens auch als ihren Seinsgrund ansehen. Daß das theoretische Begreifen seinem Wesen nach ein durch die kategoriale Form ermöglichtes Begreifen, und daß ferner diese Form notwendig die Form eines durch das ursprüngliche Setzen und Widersetzen begrenzten, theoretischen Ausschnittes sein muß, soll jetzt noch in einem anderen Zusammenhange kurz besprochen werden.

Wie aus dem Bisherigen hervorgeht, wird durch die spontane Selbstspaltung des Absoluten und die damit in eins gehende Grenzsetzung zwischen demjenigen, welches setzt, und dem, das gesetzt wird, der Bedingung und dem Bedingten, erst die Ermöglichung für ein kategoriales Form-Material-Verhältnis und damit für die Existenz einer theoretischen Gegenständlichkeit geschaffen. Mit der Schaffung eines solchen theoretischen Gegenstandsbereiches gibt das Absolute die absolute Identität zwischen der Bedingung und dem Bedingten, der Form und dem Inhalt auf, es selber wird dadurch, daß es den Grund für die Möglichkeit einer kategorialen Gegenständlichkeit gibt, zur theoretischen Form, die sich von ihrem theoretischen Inhalte unterscheidet. Von hier aus gesehen, erscheinen die einzelnen Kategorien als die besonderen Formen, in die das Absolute im Verlaufe seiner Selbstspaltung und während seiner Tätigkeit der theoretischen Gegenstandsermöglichung übergeht, und demnach als die Arten, durch welche es sich als theoretische Form auf einen Bewußtseinsinhalt, auf ein Material beziehen kann. Die kategoriale Form benutzt die während der Selbstspaltung des Absoluten geschaffenen theoretischen Grenzen, um sich gegenüber ihrem Inhalt abzugrenzen. Wenn es die Aufgabe der Kategorie ist, dem Gegenstande den ihm zukommenden theoretischen Sinn zu vermitteln, so muß diese Vermittlung gleichbedeutend mit einer Eingrenzung des Gegenstandes sein, in welcher er, von allem Andersseienden geschieden, als ein Ausschnitt aus der Totalität des Seins erscheint. Die gegenständlichen Ausschnitte nun müssen mit sich selbst identisch sein und ihrer transzendentalen Bestimmung gemäß auch von anderen Ausschnitten unterschieden werden können. Hieraus geht hervor, daß das Wesen der einzelnen kategorialen Form darin besteht, jeweils die besondere Art und Weise darzustellen, in der die Auseinandersetzung zwischen identischer Setzung und widersprechender Entgegensetzung, also zwischen den ursprünglichen Formen des „Ein- bzw. Ausschließens“ vor sich geht.

Bisher war immer nur von einer Begrenzung ausdrücklich die Rede, welche das Absolute innerhalb seines eigenen Bereiches für

die Ermöglichung einer kategorialen Gegenständlichkeit vornimmt, und noch nicht davon, daß es sich durch die Erschaffung theoretischer Grenzen, denen die Gegenstände ihr Sein verdanken, gerade selbst spontan in eigene Grenzen einschränkt. Dadurch nämlich, daß es innerhalb seiner die Grenzen zwischen einer Bedingung und einem Bedingten stiftet und so eine theoretische Formung möglich macht, unterscheidet es sich selbst in ein „Stadium" der Spaltung einerseits und in einen Zustand jenseits der Spaltung, der absoluten Identität von Form und Inhalt andererseits. Es ist somit als theoretische Form, in deren Gestalt es bei der Auseinandersetzung mit sich selbst eingeht, selber begrenzt und in Schranken eingefangen, die es sich spontan gesetzt hat.

Diese doppelte Weise der theoretischen Begrenzung hat zur Folge, daß die Möglichkeit der Existenz der kategorialen Formen als begründet durch eine zweifach zu verstehende Spaltung angesehen werden muß. Die eine Wirkung der zur Erschaffung der theoretischen Welt ursprünglich vorgenommenen Spaltung, diejenige nämlich, durch welche der Gegenstand seine ausschnitthafte Prägung erhält, also eingegrenzt wird, besteht in der Abtrennung der theoretischen, einschließenden Form von dem eingeschlossenen Inhalt und damit auch des Sinnes von dem Gegenstand, dem er zugedacht ist. Die Eingrenzung aber, welche mit Hilfe der theoretischen Form zu dem Zwecke vorgenommen wird, ein Etwas, einen Inhalt zu schaffen, auf den diese sich zu beziehen hat, ist nur darum möglich, weil sich diese Form während ihrer Tätigkeit des Eingrenzens zugleich selber Grenzen ihrer eigenen Geltung setzt. Die so die Geltung der einzelnen Kategorien beschränkenden Grenzen sondern notwendig den Sinnbereich der einen Kategorie von demjenigen einer andern ab, und machen so die Existenz einer Mehrzahl kategorialer Formen möglich.

3. Die theoretische Reflexion.

Das Wesen des theoretischen Verstandes besteht also darin, über Grenzen zu verfügen, mittels deren er Gegenständliches durch die identische Setzung kategorial ein- und durch die Entgegensetzung kategorial ausschließt. Seine Gegenstände müssen als solche wesentlich den logischen Gesetzen der Identität und des Widerspruchs gehorchen. Daraus folgt die schon erwähnte Tatsache, daß wegen der oben festgestellten engen Beziehung zwischen den ursprünglichen Grundhandlungen des Setzens und des Entgegensetzens dasjenige Seiende, das mit sich identisch ist, zwangsläufig auch verschieden von anderem Seienden sein muß, wenn ihm theoretische Existenz zukommen soll.

Dasjenige Verfahren nun, welches die Gegenstände in immer neue Identitäts- bzw. Verschiedenheitszusammenhänge bringt, und auf sie immer wieder die beiden Grundformen des Setzens und des Entgegensetzens anwendet, ist als eine für den theoretischen Verstand charakteristische Handlung anzusehen. Man nennt sie Reflexion.

Unter Reflexion versteht Kant „diejenige Ueberlegung, wie verschiedene Vorstellungen in einem Bewußtsein begriffen sein können".[1]) Wenn wir etwa an die beiden Empfindungsvorstellungen rot und grün denken, so bezeichnen wir sie als verschieden. Sie sind aber nur darum verschieden, weil sie in einem Punkte gleich sind. Beide nämlich besitzen die Eigenschaft, Farben zu sein. In diesem Sachverhalt wird schon das Wirken der Reflexion sichtbar. Sie besteht in diesem Falle darin, daß die verschiedenen Farben, rot und grün, in der Allgemeinvorstellung Farbe überhaupt vereinigt werden, und daß dementsprechend die Begriffe von diesen bestimmten Farben in dem Allgemeinbegriffe: Farbe vereinigt werden. Da es dasselbe bedeutet, ob man sagt, Vorstellungen werden in einer einzigen vereinigt, oder es werden zwischen ihnen Identitäts- und damit Unterscheidungsgründe geschaffen, kann man das Wesen des Reflexion auch darin sehen, daß sie die zwischen den einzelnen Vorstellungen herrschenden Beziehungsgründe aufstellt und sie so vergleichbar macht.

Die Leistung der Reflexion besteht darin, Verschiedenes in der Identität zu vereinigen und dabei gleichzeitig das in der Identität Vereinigte als verschieden zu begreifen. Diese in der Reflexion zutage tretende Abhängigkeit zwischen Identität und Verschiedenheit entspricht ganz der oben abgeleiteten Tatsache, daß diese beiden Formen im Gebiete des theoretischen Verstandes nicht isoliert auftreten, sondern sich in gegenseitiger Bezogenheit einander fordern. Da sich jetzt die Reflexion als diejenige theoretische Tätigkeit erweist, durch welche die Beziehung zwischen Identität und Verschiedenheit geschieht, so ergibt sich die Berechtigung, die Reflexion ihrem Wesen nach als spezifisch theoretische Tätigkeit zu kennzeichnen und sie als die alles theoretische Erkennen charakterisierende Verstandeshandlung anzusehen. Wie aus dem Wesen der theoretischen Reflexion heraus notwendig deren kategoriale Struktur und ihre Einzelkategorien abzuleiten sind, soll jetzt gezeigt werden.

4. Setzung und Entgegensetzung als Kategorien.

Die beiden Grundregeln des theoretischen Verstandes, welche im Gesetz der Identität bzw. des Widerspruchs zum Ausdruck kommen, sind formale Regeln, sie gehören der formalen Logik an.

1) Kant, Logik I. § 6.

Es ist also keine Rede davon, daß sie selber einen eigentlichen Ermöglichungsgrund für das Erkennen und seine theoretischen Gegenstände darstellen, da ja die Fähigkeit, Ermöglichung zu sein, nur der „erzeugenden", transzendentalen Form, der Kategorie, zukommt. Nur die Kategorie als spontan die Gegenstände erschaffende Form kann deren theoretische Existenz ermöglichen. Damit ein Gegenstand in der Form der formalen Logik, also etwa in der Form des Identitäts- oder Widerspruchsgesetzes, stehen kann, muß seine Erschaffung und Ermöglichung schon vorhergegangen sein. Denn Formen dieser Art stellen ja nur die Gesetze dar, nach welchen die zu erzeugenden Gegenstände verknüpft werden müssen. Die formale Regel selber ist den Gegenständen, für welche sie Gültigkeit besitzt, zugleich bei deren Erzeugung durch die Kategorie gleichsam mitgegeben und mit dem Gegenstande miterzeugt worden. So kann sie nun von dem besonderen gegenständlichen Inhalt, dem sie ursprünglich zuerteilt wurde, losgelöst und für sich herausgestellt werden. Sie wird so ein inhaltleeres Gesetz, welches ursprünglich dem Gegenstande aufgeprägt wurde und, von diesem losgelöst, beliebig wieder mit einem speziellen Inhalt erfüllt werden kann.

Wenn die Kategorie als die spontane Erzeugungsform immer nur erschaffend tätig ist, so erweist sich dagegen die formale Form als selbst erst erzeugt. Die sich durch stetige lebendige Aktivität auszeichnende transzendentale Tätigkeit der Kategorie kommt in der formalen Form gleichsam zur festen und starren Gerinnung.

An dieser Form kann somit gleichsam wie von einem Bilde das spontane Wirken der Kategorie, von welcher die einzelne formale Form gerade erzeugt wurde, abgesehen werden. Oben wurde das an dem Beispiel des Satzes von der Identität und vom Widerspruch angedeutet.

Wenn somit in einer formalen Form, wie z. B. dem Gesetz der Identität oder des Widerspruchs auch nicht selbst der Grund der Ermöglichung der theoretischen Gegenständlichkeit liegen kann, so gibt diese doch ein Bild von dem Wirken der Kategorie, der eigentlichen Ermöglichungsform. Sie weist auf die Kategorie, deren formale Erstarrung sie ist, hin. Denn sie gilt notwendig überall da, wo die Kategorie Gegenstände erzeugt und diesen theoretischen Sinn verleiht.

Daher sind die formalen Regeln keine für das Wesen des Gegenstandes, für den sie gelten, bedeutungslosen und an sich völlig alles gegenständlichen Sinnes beraubte Formeln, also gleichsam nur das äußerliche und akzidentielle Schema, dessen ganzes Sein nur darin besteht, die Hülle und logische Umkleidung zu bilden, in der das gegenständliche Wesen aufzutreten hat. Da diese Formen

den logischen Niederschlag der erzeugenden Kategorie und des von ihr herstammenden Sinnes bedeuten, gehören sie zu den innersten Wesensbestimmungen des Gegenstandes. Sie bilden daher auch gleichzeitig den Zugang zu den Kategorien. Denn jede besondere formale Einzelform muß ja der Ausdruck der Tätigkeit einer entsprechenden kategorialen Einzelform sein.

Für die Ausführung unserer Aufgabe, die darin besteht, der kategorialen Struktur der theoretischen Reflexion nachzugehen, ist jetzt der Weg vorgezeichnet und gerechtfertigt, der über die formalen Gesetze dieser Reflexion zu den Kategorien hinführt.

Die Sätze der Identität und des Widerspruchs sind die obersten formalen Grundsätze der theoretischen Reflexion, denn das Wesen dieser Reflexion ist dadurch gekennzeichnet, daß sie den Ort der Gültigkeit dieser beiden logischen Gesetze darstellt. Daher bedeuten diese beiden Gesetze auch nicht Formen einer ganz bestimmten, etwa sinnlich vorgebbaren oder unsinnlich erfaßbaren Gegenständlichkeit, sondern sie gelten für den theoretischen Gegenstand als solchen. Der gegenständliche „Inhalt", für den diese Formen Geltung besitzen, ist kein bestimmter, vereinzelter, sondern ein Inhalt „überhaupt", ein „Inhalt an sich" (Rickert). Die Tatsache, daß in diesen Formen von der wirklichen Durchführung einer gegenständlichen Besonderung abgesehen wird, und daß in ihnen nur die Möglichkeit übriggelassen ist, die Besonderung des einzelnen Gegenstandes und des ihm angehörenden theoretischen Sinnes durchzuführen, gibt keinen Grund für die Berechtigung der Annahme, daß diese Formen gegenüber denjenigen an Bedeutung für den Wesensaufbau des Gegenstandes zurücktreten, welche diesen in der Fülle seiner individuellen Besonderheit bestimmen. Daß die beiden Gesetze der Identität und des Widerspruchs im Gegenteil trotz ihrer abstrakten Allgemeinheit imstande sind, den Gegenstand in der Mannigfaltigkeit seiner unmittelbaren Gegebenheit erst möglich zu machen, und daher für ihn eine Wesensbedeutung anzunehmen, wird sich immer deutlicher zeigen, wenn wir jetzt zu Kategorien übergehen, welche den beiden formalen Gesetzen als transzendentale Formen zugrundeliegen.

Diese formalen Grundgesetze stellen nämlich das formale Bild der theoretischen Tätigkeit derjenigen beiden Kategorien dar, die oben als die Grundformen des Setzens und des Entgegensetzens bezeichnet wurden.

Die kategorialen Formen, deren Wirken Identität und Widerspruch, und damit gleichzeitig auch Identität und Verschiedenheit zu verdanken sind, sind spontan ermöglichende Formen und unterscheiden sich von den eben besprochenen starren Formen der formalen Logik durch ihre kategoriale Aktivität. Wollte man ihnen

den Namen der Identität bzw. des Widerspruchs beilegen, so wäre mit dieser Bezeichnung nicht ihr ursprüngliches Wesen getroffen, welches in der Tätigkeit der aktiven Gegenstandsermöglichung, nicht aber in einer schon festgelegten Sinnform besteht. Sie wären durch diese Bezeichnung nur nach dem Erfolg bestimmt, den ihre ermöglichende Tätigkeit hervorruft. Diese hat es nämlich erst zu bewirken und möglich zu machen, daß ein Gegenstand dem Sinne der Selbstidentität und des Widerspruchs unterliegt, daß er also schon als solcher mit sich identisch ist und zugleich einem andern Seienden entgegenzustehen hat.

Will man diese Kategorie daher nicht von ihrer Wirkung her ins Auge fassen, sondern sie gleichsam an der Quelle ihrer spontanen Tätigkeit aufsuchen, und diese Tätigkeit mit in ihrer Bezeichnung zum Ausdruck bringen, wie das oben schon geschehen ist, so muß man diejenige Form, als deren Leistung der theoretische Sinn der Identität anzusehen ist, die Form des einschließenden Setzens bezeichnen, während diejenige Kategorie als die Form des ausschließenden Entgegensetzens zu gelten hat, welche den Widerspruch begründet.

Die „Kategorie der Identität" ermöglicht also das Einschließen aller zu einem bestimmten Gegenstand gehörigen Bestimmungen innerhalb der Grenzen von A, ebenso wie diejenige des Widerspruchs die Ausschließung aller nicht zu A gehörenden Bestimmungen, ein Verweisen außerhalb der Grenzen von A möglich macht. Als Formen, deren Leistung lediglich in der Aufrichtung bestimmter theoretischer Grenzen zwischen einer Bedingung und einem Bedingten besteht, ermöglichen sie den theoretischen Gegenstand und damit auch alle Reflexion über ihn.

Würde man die Leistung aufsuchen, die jeder dieser Formen dann, wenn sie für sich abgesondert und noch unvermischt mit der ihr entgegenstehenden Form gedacht würde, zuzumuten ist, so würde man finden, daß sie nicht eine essentiell bestimmte Gegenständlichkeit zu konstituieren vermag, den Gegenstand also nicht seinem inhaltlichen Was- und Wiesein nach bestimmen kann, sondern daß sie ihn lediglich seiner Bestimmung nach, Gegenstand des theoretischen Verstandes überhaupt zu sein und die Seinsprägung der Gegenständlichkeit an sich zu haben, begründen kann. Weil der Gegenstand durch die theoretische Leistung der einzelnen Form als solcher dazu bestimmt wird, theoretischer Ausschnitt zu sein, wird er, auf den Beitrag angesehen, den jede der beiden Formen für sich isoliert betrachtet zu seinem Aufbau leistet, diejenige allgemeine Bestimmung erfahren, die ihm lediglich die Berechtigung verschafft, im Gebiete des theoretischen Erkennens überhaupt da zu sein. Das hat zu bedeuten, daß sich die konstituierende Leistung

der beiden für sich genommenen Urformen des Setzens und Entgegensetzens lediglich auf das gegenständliche Dasein, die existentia des Gegenstandes, erstreckt. Da durch diese ursprünglichen Formen „vor" ihrer gegenseitigen Vermischung die Begründung der rein existentiellen Seite des Gegenstandes geschieht, „nach" dieser kategorialen Vereinigung aber, wie noch gezeigt werden wird, zur bloßen Daseinsbestimmung auch noch die mit ihr kategorial unlöslich verbundene Bestimmung des Soseins „hinzugefügt" wird, sind sie als die Grundformen theoretischer Existenz anzusehen, ganz entsprechend der Rangstellung der ihnen zugeordneten formallogischen Regeln.

Auch hier gehen die ursprünglichen beiden Formen wieder als die Grundformen hervor, mit Hilfe deren die Begründung der theoretischen Existenz und der Reflexion geschieht. Die besonderen Kategorien, durch welche die einzelnen Gegenstände als qualitativ bestimmte, theoretische Ausschnitte ermöglicht werden, müssen als die Unterformen der beiden ursprünglichen Kategorien aufgefaßt werden und von ihnen erst ermöglicht werden. Wenn die einzelne Kategorialform, die mit der Konstitution eines ganz bestimmten Gegenstandes betraut ist, einem besonderen Ausschnitt aus dem Sein einen aus ihrem besonderen Wesen herstammenden und für sie kennzeichnenden theoretischen Sinn verleiht und so einen bestimmten Gegenstand erschafft, so wird durch sie die Tätigkeit des kategorialen Ein- bzw. Ausschließens an einer besonderen in ihrer Individualität qualitativ bestimmten Gegenständlichkeit vollzogen. Die Grenzsetzung, welche durch die einzelne Kategorialform für die Konstitution des in seiner Besonderheit bestimmten Gegenstandes bewirkt wird, wird somit erst durch die ursprüngliche Leistung der beiden Grundformen des Setzens und Entgegensetzens ermöglicht. Durch sie wird nämlich erst eine theoretische Grenze und damit erst ein Daß-Sein theoretischer Gegenständlichkeit überhaupt begründet. Die einzelne Kategorie hat nun die jeweils von den Grundformen „Identität" und „Widerspruch" gesetzten, ein theoretisches Daß-Sein überhaupt erst ermöglichenden Grenzen zu verwenden, um ihnen einen bestimmten e s s e n t i e l l e n Sinn zu geben und sie zur Erschaffung der notwendig auch ihrem Was- und Wiesein nach bestimmten Gegenstände zu gebrauchen. Soll also eine besondere Kategorie den Anspruch erheben können, als theoretische Form zu gelten, so müssen in ihr die beiden ursprünglichen Formen irgendwie wirksam sein. Jede besondere Kategorialform muß ihren transzendentalen Grund in ihnen sehen, da durch sie ihr theoretisches Wesen bestimmt wird. Wie das möglich ist, soll im Folgenden behandelt werden.

5. Die gegenseitige Beziehung zwischen Identität und Widerspruch als Grund der Existenz der Einzelkategorie.

Es wurde bemerkt, daß im Gesetz der Identität bzw. des Widerspruchs, dem die Gegenstände des theoretischen Verstandes notwendig unterliegen, die beiden Gegenstandsprädikate des Identisch- und des Entgegengesetztseins, damit auch diejenigen der Identität und der Verschiedenheit nicht in völliger Reinheit logisch erfaßt werden, sondern daß immer die Identität zugleich den Widerspruch und infolgedessen auch die Verschiedenheit fordert, die beiden letzten Formen aber andererseits auch nicht ohne diejenige der Identität sein können. Identität und Widerspruch, desgleichen Identität und Verschiedenheit müssen immer in gegenseitiger Vermischung miteinander auftreten. Wenn aber der Identität bzw. Widerspruch logisch zum Ausdruck bringende Satz der Identität bzw. des Widerspruchs die beiden Formen jeweils nur in der gegenseitigen Vermischung, nicht aber voneinander abgelöst und völlig rein erfassen kann, so muß diese Tatsache ihren Grund da haben, wo Identität und Nichtidentität ursprünglich herkommen, nämlich in den entsprechenden kategorialen Grundformen. In der Tat vermag keine der Formen einen gegenständlichen Aufbau zu bewirken, ohne sich mit der andern zu vermischen und mit ihr in eine transzendentale Beziehung einzugehen. Das Wesen der kategorialen Identitätsform besteht darin, eine logische Eingrenzung zu vollziehen, um damit den theoretischen Gegenstand zunächst in seinem identischen Daß-Sein möglich zu machen. Ihr tritt aber notwendig zugleich die Form des Widersetzens entgegen und fügt das Daß-Sein auch derjenigen Gegenstände hinzu, welche von der ersten Form noch nicht gesetzt wurden, also außerhalb der den identischen Gegenstand dieser Form einschließenden Grenzen zu stehen haben. Ebenso vermag die Form des Entgegensetzens nicht ohne diejenige des identischen Setzens zu existieren. Infolgedessen kann es auch keine theoretische Verschiedenheit ohne eine ihr gleichzeitig beigegebene Identität geben. Da die Form des Widersetzens gegenständliche Bestimmungen erschafft, die aus den „Identitätsgrenzen" des in der Form des Setzens stehenden Gegenstandes zu verweisen sind, und die also ihre Seinsbegründung in der Bestimmung finden, mit dem ursprünglich identisch gesetzten Gegenstande nicht vereinbar zu sein, werden beide Bereiche, das Gesetzte und das Entgegengesetzte in eine, wenn auch gegensätzliche Beziehungseinheit gebracht und unter einer neuen Identität begriffen, da durch diese Beziehung sie gemeinsam einschließende Identitätsgrenze geschaffen wird.

Nur dadurch, daß immer die eine Form die Existenz der andern voraussetzt und auf deren Tätigkeit hinweist, vermag sie selber zu existieren und ihre theoretische Wirksamkeit zu entfalten. Die theoretischen Grundformen des Setzens und des Entgegensetzens sind also aufeinander bezogen und angewiesen.

Deshalb aber, weil sie sich gegenseitig auf eine noch näher zu kennzeichnende Art gegenüberstehen und sich in gleicher Weise auseinandersetzen, wie sie sich vermischen, bestimmen sie den Gegenstand nicht nur seinem bloßen Dasein nach, wie es von jeder der Formen dann, wenn sie als unabhängig von der andern und in völliger Selbständigkeit wirkend angenommen wird, geschieht. In ihrer gegenseitigen Auseinandersetzung und Vermischung vermögen sie nämlich den Gegenstand auch von der Seite seines So-Seins her zu bestimmen. Denn durch den ursprünglichen Akt des sich gegenseitig Beziehens ermöglichen sie die Abgeschlossenheit eines theoretischen Gegenstandes A von dem ihm entgegengesetzten non A und damit auch die Behauptung des A gegenüber allem, was von ihm verschieden und andersartig ist. Durch die Beziehung also, in welche die Formen selber eintreten, ermöglichen sie gleichzeitig alle theoretischen Gleichheits- und Verschiedenheitsbeziehungen der Gegenstände untereinander. Daher kommt es, daß sie mit der Bestimmung des Daß-Seins, die sie am Gegenstande leisten, zugleich diejenige des So-Seins unlösbar verbinden, die Gegenstände also gleichzeitig mit ihrer rein existentiellen Begründung auch ihrem essentiellen Sinne nach bestimmen.

Deshalb, weil sich die kategorialen Grundformen voneinander abgrenzen, treten sie in eine gegenseitige Beziehungseinheit ein. In dieser Einheit liegt es begründet, daß die Formen gerade während ihrer Auseinandersetzung das „Bestreben" haben, die sie ursprünglich trennenden Grenzen zu überwinden und zu übersteigen. Jede der beiden Formen sucht selber in die andere überzugehen, sich zugunsten der anderen preiszugeben, um sich dadurch erst recht von ihr abgrenzen und der ihr wesensmäßig zukommenden Tätigkeit der theoretischen Grenzsetzung nachgehen zu können. Dadurch, daß beide Formen immer in diesem kategorialen „Streben" gehalten werden, die von ihnen gesetzten Grenzen wieder aufzuheben, werden sie zu einer endlosen Aktivität veranlaßt. (Es soll hier ohne Beweis bemerkt werden, daß die ständige Anspannung, in der sich Identität und Nichtidentität befinden, und die in dem eben beschriebenen „Streben" ihren Grund hat, die eigentliche Ermöglichung dafür ist, daß die Bedingung über das Bedingte, die Form über den Inhalt im theoretischen Bereiche „hinüberzusteigen" vermag.)

Da identisches Setzen und Widersetzen in einer Beziehungseinheit einbegriffen und aufeinander angewiesen sind, so müssen sie bei der Konstitution des Gegenstandes beide immer in gleichem Maße beteiligt sein.

Dadurch, daß sich beide Formen jedesmal spontan auseinandersetzen und sich zugleich damit vereinigen, schaffen sie den theoretischen Gegenstand. Das theoretische Reflexions- und Gegenstandsgebiet ist seinem Wesen nach der Schauplatz dieser Auseinandersetzung und Vereinigung zwischen den beiden kategorialen Grundformen Identität und Nichtidentität.

Sollen sich diese Formen zugleich in gegenseitiger Auseinandersetzung und Vermischung befinden, so ist das nur dann möglich, wenn beide den Gegenstand zugleich spontan konstituieren. Und zwar muß immer die eine Form dann gegenstandserzeugend wirken, also gleichsam die Eigenschaft der positiven Spontaneität annehmen, wenn die andere Form das von der ersten spontan Entworfene rezipiert, also der andern spontanen Form die Rolle der negativen Spontaneität zukommt. Beide Formen müssen demnach in dem Verhältnis der gegenseitigen Wechselwirkung stehen. Das eine Mal grenzt die Identitätsform ihren Gegenstand spotan ein. Sie schafft spontan die Grenze, in welche die als identisch zu setzende Gegenständlichkeit transzendental einzuschließen ist. Da aber mit der Eingrenzung zugleich eine Ausschließung der Gesamtheit des Andersartigen geschieht, kommt es der Form des Widersetzens zu, die von der Identität geschaffene theoretische Grenze rezipierend anzuerkennen und das aus dem Identitätsbereich auszuschließende gegenständliche Material in negative Spontaneität aufzunehmen

Im andern Falle, wenn die Form des Widersetzens die Rolle des aktiven Entwurfes übernimmt, ist es die Kategorie der Identität, welche das entworfene Material rezipierend anerkennt und aufnimmt.

Die spontane Wechselbeziehung zwischen Identität und Nichtidentität findet ihre bildlich-formale Manifestation in der formallogischen Wechselbeziehung zwischen dem Allgemeinen und dem Besonderen. Es wurde oben bemerkt, daß die Tätigkeit der Reflexion darin besteht, über verschiedene Gegenstände einen identischen Gattungsbegriff zu bilden und sie in dieser Identität zu vereinigen. Aus dieser Kennzeichnung der Reflexion wird deutlich, daß die Form der Identität dann, wenn man die dem kategorialen Sachverhalt entsprechenden Verhältnisse in dem Bildbereich der formalen Logik aufsucht, dem Begriffe des Allgemeinen zugeordnet ist, während andererseits die Form des Widersetzens dem Besonderen, welches in dem Allgemeinen einbegriffen ist, entspricht.

Denn wenn in der Reflexion die Begriffe verschiedene Vorstellungen in einem einzigen Begriffe, einem Allgemeinen, vereinigt werden, so kann das nur in der Tätigkeit jener ursprünglichen Form begründet sein, die oben als identisches Setzen, als kategoriale „Identitätsform" besprochen wurde. Wo sich aber diese Form zeigt, muß mit ihr gleichzeitig auch diejenige des Widersetzens auftreten und mit ihr Hand in Hand wirken, was die schon oft besprochene Tatsache zur Folge hat, daß mit jeder Identität auch die Verschiedenheit anzutreffen sein muß. Aeußerlich-formal wird das dadurch sichtbar, daß die besonderen Begriffe, welche in dem durch das Wirken der kategorialen Identität geschaffenen Allgemeinbegriffe untergebracht werden, voneinander unterschieden werden müssen, um identisch vereinigt werden zu können. Die Art und Weise, wie sich so Allgemeines und Besonderes gegenseitig fordern und sich zugleich absondern, gibt ein formales Abbild der Wirkung, welche die ursprünglichen Kategorien aufeinander ausüben.

Das formale Verhältnis zwischen dem Allgemeinen und dem Besonderen läßt sich logisch mit Hinblick auf diese Beziehung zu den ursprünglichen Formen auch an der Hand der beiden formalen Sätze beobachten, in welche sich die Reflexion aufspaltet und die man daher die beiden Spaltungssätze der Reflexion nennen kann. Durch den einen dieser Sätze geschieht die Schaffung eines Allgemeinbegriffes über die ihm unterzuordnenden, besonderen Gegenständlichkeiten, während der zweite Satz seine Aufgabe darin zu sehen hat, das in dem Allgemeinbegriff enthaltene Seiende wieder zu vereinzeln und aus dem Gattungsbegriff herauszulösen [1]).

Genau so, wie der identische Allgemeinbegriff nicht existieren kann, ohne daß die von ihm vereinigten Gegenstände zugleich als verschieden mitgesetzt werden, kann ein individueller Gegenstand als besonderes, von allem „andern" verschieden Seiendes nicht möglich sein, ohne daß er mit demjenigen, von dem er verschieden sein soll, in einem Allgemeinbegriffe vereinigt wird. Diese Beziehung der beiden formalen Bereiche aufeinander muß in folgender Weise als das Werk und zugleich das formale Abbild derjenigen Beziehung gedeutet werden, die zwischen den ursprünglichen Kategorien anzutreffen ist: In dem Falle, in dem der erste Spaltungssatz vorliegt, übernimmt die Kategorie der Identität die Rolle der aktiven Spontanform. Der identische Allgemeinbegriff erhält durch dieses Wirken der Kategorie seine Prägung der Allgemeinheit, die ihn befähigt, individuelle Einzelbegriffe in sich zu vereinigen. Die

1) Der erste der genannten Sätze hat die allgemeine Form: Die (besonderen) Begriffe A, B,... sind in dem Allgemeinbegriffe A' zu vereinigen, während der zweite Satz von der Form ist: Aus dem allgemeinen Begriffe A' sind die einzelnen A. B,... auszusondern.

kategoriale Form der Identität stellt ihren Gegenstand unter der Bedingung dem Bewußtsein vor, daß sich ihr die Form des Widersetzens entgegenstellt, welche gleichzeitig das von der Identität im Bewußtsein entworfene gegenständliche Material rezipierend aufzunehmen hat. Sie ist in diesem Falle der bloßen Anerkennung und Rezeption die Form des Unterbewußtseins. Durch den zweiten Spaltungssatz der Reflexion, welcher dem ersten eben behandelten an die Seite tritt, wird der in die Identität einbegriffene Gegenstand aus dem identischen Allgemeinbegriff herausgelöst und für sich dadurch in seiner Besonderheit betrachtet, daß er selber als ein Etwas, eine Identität bewußt als verschieden von den andern Gegenständen, mit denen zusammen er in dem Allgemeinbegriff untergebracht ist, gekennzeichnet wird. Für den Zweck dieser gegenständlichen Besonderung hat sich die Form des Entgegensetzens als die entwerfende aktive Spontanform zu erweisen. Sie übernimmt also jetzt dieselbe führende Wirkung im Bewußtsein, die vorher der Identitätsform zukam, da jetzt die Besonderheiten ausdrücklich in den Blick des Bewußtseins treten. Und zwar muß sie sich ihrerseits auf die Form der Identität beziehen, die sich ihr gegenüberstellt und in diesem Falle die Aufgabe der rezipierenden Kategorie übernimmt. Der kategoriale Sachverhalt dieser Angewiesenheit der individualisierenden Form des Entgegensetzens auf diejenige des identischen Setzens findet sein formales Abbild darin, daß ein Gegenstand immer dann, wenn er als verschieden von den andern Gegenständen erfaßt und somit vereinzelt wird, mit diesen gleichzeitig in eine logische Einheit gebracht und mit ihnen dadurch gemeinsam unter einen identischen Allgemeinbegriff untergeordnet wird. Die bewußt gewordene Vereinzelung des Gegenstandes bezieht sich notwendig immer auf eine unterbewußte Einordnung der Besonderheiten im Allgemeinen. —

Damit nun die gegenseitige Auseinandersetzung und Vermischung der beiden kategorialen Grundformen möglich wird, muß ein „Vermögen" vorhanden sein, welches gänzlich aus dem Gebiete des Theoretischen, Verstandesartigen herausfällt und das man daher alogisch oder atheoretisch zu nennen pflegt. Die gegenseitige Wirkung der Formen aufeinander muß durch ein Mittel geschehen, das selbst seinem Wesen nach von den Formen verschieden sein muß, von denen es gehandhabt wird. Als dieses Mittel hat die reine Anschauung zu gelten.

Weshalb aus der Bestimmung der Anschauung, sie solle das zwischen den in der gegenseitigen Auseinandersetzung befindlichen Formen wirkende Bestimmungsmittel sein, auch ihre Eigenschaft der Denkfremdheit abzuleiten ist, soll im Folgenden kurz besprochen werden.

Das Wesen des Rein-Logischen besteht in dem Streben, spontan alle für die Begründung der Gegenstände errichteten Grenzen aufzugeben, um so ein Gebiet zu schaffen, welches jenseits aller gegenständlichen Mannigfaltigkeit liegt, und damit in einer unbedingten, leeren Einheit aufzugehen. Der empirisch theoretische, also „unser" Verstand nun kann wegen der Beschränkung, welche sich die in der gegenseitigen Auseinandersetzung befindlichen ursprünglichen Formen auferlegen, nur immer mannigfaltige Ausschnitte aus der Totalität erfassen. Die hierbei wirksamen theoretischen Schranken stehen aber gleichwohl im Dienste des lebendigen Urgrundes der Gegenstände, der ursprünglichen Ganzheit [1]), und der ihr eigenen Einheit. Sie sind also gerade Zeugen des die Prägung der Ganzheit tragenden und die Totalität des Seins beherrschenden Urgrundes der Gegenstände.

Der Grund, weshalb es jede der ursprünglichen Kategorialformen auf eine die Gegenstände ermöglichende Beschränkung abgesehen hat, anstatt das Reich der theoretischen Grenze und der gegenständlichen Mannigfaltigkeit zu verlassen und sich aus dem Bezuge zur lebendigen Ganzheit auszuschalten, muß darin liegen, daß sie ursprünglich mit einem gänzlich andersgearteten Formbereiche verwachsen ist, der ihr die Möglichkeit nimmt, das Reich der theoretischen Begrenzung zu verlassen. Es ist der Bereich der reinen Anschauung, deren Wesen nicht, wie dasjenige des reinen Verstandes darin besteht, nach der absoluten Einheit zu streben, da sie für ihn gerade den Hinderungsgrund darstellt, die absolute Totalität wirklich zu erreichen. Sie muß daher alogisch heißen.

Die reine Anschauung als solche, sei sie nun die sinnliche Anschauung des Raumes und der Zeit, oder sei sie eine nichtsinnliche Anschauung [1]), ist so ihrer Natur gemäß dem Bereiche des Logischen fremd. Ihr Verhalten dem Material gegenüber, auf das sie sich bezieht, ist daher auch in ganz anderer Weise zu kennzeichnen, als es beim Verstande zu geschehen hat.

Oben wurde der Bereich des Theoretischen als dasjenige Gebiet hingestellt, in dem sich die kategorialen Grundformen einander gegenüberstellen und auseinandersetzen. Dabei ist es wesentlich, daß immer die eine Form dasjenige spontan zu entwerfen hat, das die andere Form in rezeptiver Haltung aufgreifen muß. Wenn nun nach K a n t auch die Anschauung die Prägung der Rezeptivität

---

1) vergl. hierzu spätere Darlegungen (Kap. 4),

1) Die Kennzeichnung der reinen Anschauung, Bestimmungsmittel zwischen theoretischen Formen zu sein, möge solange ohne weitere Ergänzung genügen, bis ausdrücklich zur Sprache kommt, ob in dieser Kennzeichnung auch die Bestimmung über deren Sinnlichkeit oder Nichtsinnlichkeit enthalten ist.

besitzen soll, so muß die von ihr geübte Weise des rezeptiven Verhaltens wegen der eben hervorgehobenen Verschiedenheit zwischen anschaulicher und logischer Form von derjenigen Tätigkeit, die an den logischen Formen beobachtet und ebenfalls Rezeptivität genannt wurde, grundlegend verschieden sein.

Der Grund, weshalb Kant der Anschauung Rezeptivität zuschrieb, liegt darin, daß sie für sich allein genommen die Gegenstände nicht, gleich dem Vermögen der Begriffe, in einen allgemeingültigen und notwendigen Zusammenhang und damit in eine notwendige Einheit zu bringen und sie so frei zu beherrschen vermag, sondern daß sie, in ihrem Gegenstande befangen und von ihm eingenommen, immer nur Gegebenes hinnehmen kann. Auch da, wo sie ihre anschauliche Produktivität entfaltet, vermag sie dem spontan erschaffenden Verstande nicht gleichzukommen, weil sie sich über das anschaulich Entworfene nicht frei, gleich dem Verstande, zu erheben vermag, sondern immer nur an die besondere Individualität ihres entworfenen Gegenstandes gebunden bleibt. Sie kann z. B. immer nur diese bestimmte Linie, dieses bestimmte Dreieck u. s. f. im anschaulichen Bilde entwerfen. Es ist ihr nicht möglich, die einzelne Figur unter eine höhere Einheit zu bringen, in der diese etwa als in ihrem Wesen einbegriffen wäre. Es ist ihr nicht einmal gegeben, die für das Zustandekommen einer einzelnen Figur notwendige figürliche Einheit in selbständigem Entwurfe zu leisten.

Die rezeptive Leistung der Anschauung muß demnach darin bestehen, dem sich ihr aufdrängenden anschaulichen Material — oder wenn man sie von der Seite ihrer Produktivität aus betrachtet —, den ihr „einfallenden" figürlichen Elementen nicht zu versperren, sondern sich ihnen als zugänglich zu erweisen. Denn sonst würde es eine Befreiung von ihrer Befangenheit und Eingenommenheit dem angeschauten Material gegenüber bedeuten.

Nimmt man auch für eine logische Form die Eigenschaft der Rezeptivität in Anspruch, so muß diese logische Rezeptivität ein anderes Gepräge tragen als das gleichnamige Verhalten des anschaulichen Bereiches. Diese Art der Rezeptivität ist nämlich durchaus spontan, nur in negativer Richtung. Diejenige kategoriale Form, die sich der ihr gegenüberstehenden, das theoretische Material spontan entwerfenden Form als rezeptiv erweist, stellt sich zu diesem Material nicht nur aufnahmebereit, sondern ergreift es mit derselben spontanen Kraft, die bei seinem Entwurfe angewandt wurde. Durch dieses aktiv-zupackende Verhalten unterscheidet sich die rezeptiv-logische Form von der rezeptiven Form der Anschauung.

Es wurde bemerkt, daß sich die beiden ursprünglichen Kategorien des Setzens und des Entgegensetzens die Grenzen erschaffen, mittels deren sich jede Form von der andern abgrenzen kann. Und da die von den beiden Formen bewirkte Grenzsetzung zu dem Zwecke der gegenseitigen Auseinandersetzung und zugleich Vermischung geschieht, also im Dienste des zwischen ihnen herrschenden Wechselverhältnisses steht, ist sie als eine kategoriale Handlung aufzufassen, die sich wesentlich auf das Dasein der Anschauung zu beziehen hat. Da die einzelne den beiden Grundkategorien unterstehende Kategorialform als die besondere Form, die Art und Weise aufzufassen ist, in welcher sich die ursprünglichen Formen auseinandersetzen, so folgt, daß auch sie sich wesentlich nur im Verein mit der Anschauung zu entfalten vermag und den von ihr bestimmten Gegenstand notwendig in die Anschauung hineinstellen und in ihr verankern muß.

6. Die kategorialen Einzelfomen.[1])

Die kategoriale Einzelform hat die Aufgabe, mit der von den Grundformen des Setzens und des Entgegensetzens geleisteten rein existentiellen Bestimmung des Gegenstandes auch diejenige des Was- und Wieseins unlöslich zu verbinden, also den einzelnen Gegenstand auch seinem qualitativ besonderten Sinne nach zu bestimmen. Denn sie muß, wie schon erwähnt wurde, die besondere Form, die Art und Weise sein, in der sich beide ursprünglichen Kategorien aufeinander beziehen, d. h. sich vermischen und gegenseitig auseinandersetzen.

In dem einen Falle der gegenseitigen Auseinandersetzung zwischen den beiden Grundformen ergab es sich, daß die Identitätsform die Rolle der aktiven Formung des Gegenstandes zu übernehmen hat, während der Widerspruchsform die Aufgabe der Rezeption zufällt. Der formal-logische Ausdruck dieses gegenseitigen Ver-

1) Die im Folgenden aufgezählten Kategorien werden erst später bei der Deutung der mathematischen Gegenstände selbst ihrer Bedeutung nach hervortreten. Wenn auch die eine oder andere der angeführten Formen bei Winelband oder bei E. v. Hartmann zu finden ist, konnten wir uns, was deren Formulierung, Ableitung und die Aufweisung ihres transzendentalen Sinnes anlangt, keiner der vorliegenden Kategorienlehren anschließen. Sie erhalten hier eine völlig andere Bedeutung.

haltens zwischen den sich so aufeinander beziehenden Formen ist da zu finden, wo die Erfassung und Vereinigung der Begriffe von einzelnen Gegenständen in einem allgemeinen, ihrer aller Wesensganzheit enthaltenden Allgemeinbegriffe geschieht. Das Individuelle, Besondere des einzelnen Gegenstandes verschwindet in diesem Falle vor dem Bewußtsein gegenüber dem Allgemeinen. Diejenige Kategorie, welche aus der diesem kategorialen Falle entsprechenden Art der Auseinandersetzung zwischen den Grundformen hervorgeht, ist die Kategorie des Wesens.

In dem eben besprochenen Falle war der Form der Entgegensetzung die Aufgabe der Rezeption des von der Identität spontan entworfenen gegenständlichen Materials zugefallen. Sie wird jetzt im zweiten Falle der kategorialen Auseinandersetzung als diejenige Form auftreten, welche den Gegenstand aktiv zu bestimmen hat und wird sich darauf verlassen, daß sich jetzt die Identität als die rezipierende Form erweist. Diese Form, diejenige des Ausschließens, bewirkt durch ihre Tätigkeit des aktiven Entwurfes und der spontanen Gegenstandsbestimmung, daß die gegenständlichen Wesen und Wesensbestimmungen untereinander ausgeschlossen, also getrennt und gegenseitig individualisiert werden. Die diesem kategorialen Falle entsprechende Kategorie hat also dasjenige Verhältnis theoretisch zu formen, welches zwischen dem einen Wesen und dem von ihm logisch ausgeschlossenen andern Wesen besteht. Sie muß die Kategorie der logischen Grund-Folge-Beziehung sein.

Aus der zwischen den Grundkategorien bestehenden Wechselbeziehung und der bei jeder dieser Formen anzutreffenden Angewiesenheit auf die andere, sich ihr entgegenstellende Form ergibt sich die Tatsache, daß die von diesen Formen bestimmten einzelnen Unterformen (also z. B. die Kategorie des Wesens und diejenige der Grund-Folge-Beziehung) ihrerseits aufeinander Bezug nehmen und in einer dialektischen Verflechtung miteinander verbunden sind. In dem ersten Falle der Bestimmung zwischen den Grundformen, dem Falle also, dem die Kategorie des Wesens zu verdanken ist, kann die Identität nur dann als die aktiv wirkende Spontanform auftreten, wenn zugleich die Form des Widersetzens als rezipierende Kategorie mit in den Akt der gegenständlichen Bestimmung eingreift. Für das Wesen hat dieser Umstand zu bedeuten, daß es theoretisch gar nicht erfaßbar und bestimmbar wäre, ohne zugleich als eingeordnet in die Bezüge der logischen Grund-Folge-Kategorie begriffen zu werden. Und andererseits bewirkt die rezipierende Tätigkeit der Identitätsform im zweiten, für die Existenz der Grund-Folge-Kategorie verantwortlichen Falle, dem Falle also, in welchem die Form des Entgegensetzens die Prägung der aktiven Spontaneität

annimmt, daß die logische Grund-Folge-Beziehung nur als eine Beziehung gedacht werden kann, die am Wesen und seinen Bestimmungen angetroffen wird.

Mit den eben angeführten Kategorien ist jedoch die Reihe der transzendentalen Formen in dem Bereiche, um welchen es sich hier handelt, noch nicht vollständig bestimmt. Zu ihnen kommt noch eine dritte Form, welche die Wechselbezogenheit zwischen Setzen und Entgegensetzen selber im logischen Ausdruck zu erfassen hat. Diese Kategorie muß demnach auch die gegenseitige Bestimmung konstituieren und begreifen, welche die verschiedenen Wesen untereinander einerseits, aber auch das Wesen und seine Prädikate andererseits gegenseitig aufeinander ausüben. Ihr fällt damit zugleich die Aufgabe zu, die Bestimmung des Verhältnisses vollständig zu machen und zu ergänzen, welches zwischen dem logischen Grund und der logischen Folge besteht. (Denn die verschiedenen Wesen einerseits, das Wesen aber selbst und seine Eigenschaften andererseits müssen nach Obigem in der Grund-Folge-Beziehung notwendig einbegriffen sein, oder anders gesagt, es darf kein gegenständliches Wesen geben, welches nicht zu anderen Wesen in der Grund-Folge-Beziehung stünde, was ebenso für die Wesenseigenschaften untereinander zutrifft.) Die hierher gehörige Kategorie muß die Form der logischen Wechselbestimmung zwischen den Begriffen sein.

Der dieser Kategorie entsprechende formal-logische Satz ist derjenige des tertium non datur, dessen Sinn es ist: A und non A sind so ausschließlich aufeinander bezogen und abgestimmt, daß beide zu ihrer gegenseitigen Ergänzung keine dritte Bestimmung mehr dulden.

7. Die beiden kategorialen Bereiche.

Die eben angeführten Kategorien sind dadurch gekennzeichnet, daß die in ihnen gültige Anschauung nicht dem Bereich des Sinnlichen, Räumlich-Zeitlichen entstammt. So stiftet z. B. die Grund-Folge-Kategorie kein Verhältnis zwischen Gegenständen, welche im räumlich-zeitlichen Sinn voneinander geschieden sind, sondern sie bestimmt die Gegenstände nur insofern vor dem Bewußtsein, als sie lediglich ihrem Wesen nach getrennt und daher nur logisch voneinander abzusondern und zu vereinzeln sind, also in einer nicht-

sinnlichen Anschauung stehen. Diese Formen und die in ihnen wirkende Anschauung unterscheiden sich also wesentlich von denjenigen Kategorien, deren Konstitutionsbereich in dem Gebiete der sinnlichen Anschaulichkeit gelegen ist, wie etwa Kausalität, Substantialität u. s. f.

Die Verschiedenheit beider kategorialen Bereiche, des sinnlichen sowie des nicht-sinnlichen, ist in der unterschiedlichen Art und Weise begründet, in der sich innerhalb jedem dieser Gebiete die beiden ursprünglichen Formen des Setzens und des Widersetzens gegenseitig bestimmen. Beim ersten Male wählen sie eine nichtsinnliche, aus dem Gebiete der räumlich-zeitlichen Bestimmung herauszuverweisende Anschauung zu ihrem Bestimmungsmedium, während sie beim andern Male die gegenseitige Abtrennung und Vereinigung auf dem Wege über die räumlich-zeitliche Sinnlichkeit geschehen lassen. In beiden Fällen hat die Anschauung als die Stätte zu gelten, in welcher die Gegenstände durch die Form der Identität zusammengefaßt und gleichzeitig durch diejenige des Widersetzens individualisiert werden. (Da der ganze Aufgabenbereich der Anschauung in jener passiven Haltung begründet ist, welche sie als das Bestimmungsmedium zwischen den ursprünglichen Formen zur Schau trägt, vermag sie die Tätigkeit der gegenständlichen Individualisierung nicht selbständig zu leisten.)

Zugleich mit den beiden voneinander geschiedenen Kategorienschichten treten zwei entsprechende Schichten der theoretischen Reflexion auf, die in einem analogen Sinne voneinander zu unterscheiden sind, wie die verschiedenartigen Kategorialgebiete. Während nämlich die eine Art der Reflexion solche Individuen in einem Identitätsbegriff zusammenfaßt, die nur logisch voneinander unterschieden sind, vereinigt dagegen der durch die Reflexion der zweiten Art geschaffene Allgemeinbegriff individuelle Elemente, deren gegenseitige Abtrennung im Gebiete der Raum-Zeit-Sinnlichkeit erfolgt.

In gewissem Anschluß [1]) an E. v. Hartmann nennen wir das erste, nichtsinnliche Kategoriengebiet den Bereich der idealen, das zweite, sinnliche Gebiet dasjenige der realen Kategorialformen. Dementsprechend sind auch die beiden Reflexionsschichten in eine ideale Schicht einerseits und eine reale Schicht andererseits ein-

1) Betont sei, daß mit der Gleichheit der Bezeichnung dieser kategorialen Bereiche keine Gleichheit in der Unterscheidung und Kennzeichnung ihres transzendentalen Sinnes einhergeht. Worin dieser Unterschied besteht, kann hier nicht näher ausgeführt werden, da es zu einer Auseinandersetzung mit der Kategorienlehre v. Hartmanns führen würde (vgl. E. v. Hartmann, l. c.).

zuteilen. Um den Unterschied beider Reflexionsgebiete deutlich zu kennzeichnen, greifen wir zu einem Beispiel.

Wenn alle die konstruktiv vorgegebenen Figuren, welche die Form einer geraden Linie haben, in einer Reflexion unter dem Sammelbegriff „Gerade" vereinigt werden, dann beruht der in dieser Reflexion gestiftete Identitätsbegriff auf der Eigenschaft des zwar rein-, aber doch sinnlich-anschaulichen Geradeseins der betreffenden Figuren, während sich die entsprechende reflexive Verschiedenheit auf den sinnlichen Unterschied bezieht, welcher zwischen den einzelnen in konstruktiver Wirklichkeit vorgegebenen Linien besteht. Mit einem solchen Begriff von der Geraden, der auf einer sinnlich-anschaulichen Reflexion beruht, bleiben wir noch vollständig im Gebiete der realen Konstitution. Denn die in dieser Reflexion geschehende gegenseitige Bestimmung zwischen Identität und Nichtidentität bewegt sich ganz im Gebiete der sinnlichen Anschauung. Der hier gewonnene Allgemeinbegriff schafft ebenso eine Identität zwischen räumlich-konstruktiv, also individuell vorgegebenen Figuren, wie die dieser Identität entsprechende, im Gefolge der Entgegensetzung auftretende reflexive Verschiedenheit den Sinn hat, wirklich vorgegebene Figuren gegenseitig zu vereinzeln.

Denken wir uns dagegen z. B. die Gerade in einem bestimmten Raume als Punktmenge definiert, deren Elemente ganz bestimmten Axiomen zu genügen haben, so daß man die Bestimmung treffen darf: Jede Menge, welche diese Axiome erfüllt, solle Gerade heißen. Alle die Punktmengen, welche in dieser Weise zu Geraden bestimmt werden, fasse man nun reflektierend unter dem Begriff „Gerade" zusammen.

Im Falle des ersten Begriffes von der Geraden hat man jedesmal an einer einzelnen konstruktiv sinnlich vorgegebenen Figur realanschaulich zu entscheiden, ob diese den anschaulichen Bedingungen einer Geraden entspricht. Die in diesem Begriffe enthaltene Bestimmung: Wenn die Figur so und so aussieht, dann soll sie Gerade heißen, gibt die Aufgabe auf, jede einzelne Figur jedesmal wirklich auf ihr anschauliches Geradesein hin zu prüfen, anstatt die allgemeine, für alle Figuren gültige Form zu sein, welche die logische Bedingung für das Wesen der Geraden enthält. Da die in diesem Begriffe der Geraden vorliegende Reflexion die Aufgabe übernimmt, verschiedene in konstruktiver Anschaulichkeit bestimmte Vorstellungen zu vereinigen, ist sie lediglich als eine Tätigkeit des diskursiven Zusammenfassens, des Sammelns anzusehen. Durch diese bloß generalisierende Tätigkeit der reflexiven Begriffsbildung geschieht kein Hinausgehen über das reale Gegenstandsgebiet hinaus.

Anders verhält es sich mit der Reflexion, welcher der zweite Begriff von der Geraden sein Sein verdankt. Sie richtet sich bei ihrer Tätigkeit des Vereinigens auf die theoretischen Eigenschaften, welche zum notwendigen Wesen „Gerade" gehören. Durch sie wird eine Zusammenfassung und identische Vereinigung aller derjenigen Punktmengen bewirkt, die gemeinsam die Reihe der einzelnen Axiome erfüllen. Jeder Gegenstand, der den in dem Geraden-Axiomen geforderten Bedingungen logisch genügt, hat als besondere Darstellung des identischen Wesens der Geraden, welches selbst niemals in der räumlich-zeitlichen Sinnlichkeit vorgegeben werden kann, zu gelten. In dieser auf das Wesen ausgehenden Reflexion geschieht daher nicht mehr nur eine Sammlung real-konstituierter einzelner Punktmengen, welche die anschauliche Form einer Geraden haben. Ihre eigentliche Leistung besteht darin, die in den einzelnen Axiomen für das Wesen: Geradesein geforderten theoretischen Bedingungen identisch zu vereinigen, um daraus den Wesensbegriff der Geraden entstehen zu lassen. Sie muß ihre reflexive Tätigkeit in einem nichtsinnlichen, idealen Gegenstandsgebiete entfalten. Denn da hier als die zu vereinigenden Elemente die einzelnen axiomatischen Wesensbedingungen der Geraden, also logische Bestimmungen zu gelten haben, können sie nicht als sinnliche Gebilde in der realen Wirklichkeit vorgegeben werden, wie das bei den konstruierbaren Figuren der Fall ist.

Wenn die reine Anschauung das Medium sein soll, in welchem sich die ursprünglichen Kategorialformen gegenseitig auseinandersetzen, so muß sie notwendig in den theoretischen Einzelformen, den besonderen Kategorien, wirksam werden, da diese ja, wie schon erklärt wurde, die Arten darstellen, durch welche die erwähnte Auseinandersetzung sich jeweils vollzieht. Jedem der beiden kategorialen Bereiche, dem idealen und dem realen, muß daher auch eine entsprechende Anschauung zugeordnet werden. Man wird die der idealen Kategorie zugehörende Anschauung die ideale nennen, während diejenige der realen Kategorialform die reale Anschauung zu heißen hat.

Die ideale Anschauung hat als diejenige zu gelten, die dem rein logischen Ein- und Ausschließen als alogischer Gehalt zugrundeliegt. Denn sie ist den Formen des Wesens, der logischen Grund-Folge-Beziehung und der Wechselbeziehung zugeordnet, ist also in rein logischen Bestimmungen als anschauliches Element anzutreffen. So unterscheidet sie sich von der Anschauung des realen Gebietes, welche die Stätte ist, in der die sinnliche Vereinzelung der Gegenstände durch die reale Kategorie stattfindet.

Da die kategoriale Tätigkeit des ursprünglichen Ein- und Ausschließens, des Setzens und Entgegensetzens das Mittel darstellt,

mit dem der Verstand im Bereiche der idealen Kategorie das Wesen der Gegenstände zu entwerfen vermag, so muß die ideale Anschauung das Gebiet kennzeichnen, in dem der anschauliche Anteil dieses Wesensentwurfes liegt. Somit wirkt bei dem Aufbau des Wesens eine Anschauung mit, die von aller sinnlichen Raum-Zeit-Erfüllung absieht und die doch untheoretisch zu nennen ist, also trotz ihres nichtsinnlichen Gepräges das kennzeichnende Merkmal der Anschauung an sich trägt. Sie hat die Aufgabe, das gegenständliche Wesen anschaulich zu entwerfen und gleichzeitig die zum Wesen gehörenden Bestimmungen auszuwählen und anschaulich gegenüber allen andern dem Wesen fremden Bestimmungen abzugrenzen. Die für sie bestimmte Aufgabe der „Auswahl" soll nicht nur den negativen Sinn besitzen, der etwa nur in der Tätigkeit des bloßen Beiseitelassens gewisser Bestimmungen liegt, sondern soll die ideale Anschauung gleichzeitig im positiven Sinne kennzeichnen, da in ihr gleichzeitig die dieser Anschauung eigene Tätigkeit des anschaulichen Entwurfes der Wesensbestimmungen, die als Maßstab der Auswahl zu gelten haben, gefordert wird. So gewiß nun sinnliche und nichtsinnliche Anschauung zusammengenommen, und damit die Anschauung überhaupt — außer diesen beiden Arten gibt es keine dem Gebiete des Theoretischen zugeordnete Anschauung mehr — auf das ganze anschauliche Dasein eines Seienden, sein Wesen und dessen reale Erscheinung bezieht, so gewiß kann sich das rein körperliche Dasein eines Gegenstandes nicht lediglich in seiner nur sinnlichen Existenz erschöpfen. Auch dieses Dasein muß eine nichtsinnliche Seite besitzen, es muß in das nichtsinnliche, aber doch anschauliche Gebiet des Wesens hineinragen. Um zur vorläufigen Klärung ein Bild zu gebrauchen: Ausdehnung im Raume und Dauer in der Zeit sind nur als die „äußerlichen" Kennzeichen des körperlichen Daseins eines Körperlich-Seienden anzusehen. Die „inneren" Bestimmungen eines derartigen Seins werden, noch abgesehen von aller Verankerung im theoretischen Sinnbereich und noch ganz innerhalb des körperlichen Bereiches selbst vom Wesen her, soweit es in der Anschauung gegeben werden kann, geleistet.

In der Kategorie des Wesens geschieht ein Einschließen aller zu einem gegenständlichen Wesen gehörenden Bestimmungen, da in der Wesenskategorie die alles Einschließen ursprünglich ermöglichende Identitätsform in spontaner Aktivität wirksam ist. Die begriffliche Verknüpfung, welche zwischen den einzelnen logischen Bestimmungen, die im Wesen eingeschlossen sind, besteht, liegt in der durch das rein logisch „Und" [1]) bewirkten logischen Beziehung.

1) Ueber den Begriff des rein Logischen: Und siehe Rickert das Eine, die Einheit und die Eins. Tübingen 1924.

In diesem Verbindungselement wird der logische Zusammenschluß der zusammengehörigen, im Wesen vereinigten Bestimmungen durchgeführt. Die dieses: Und begründende Anschauung ist somit als diejenige anzusehen, die allem rein logischen Ein- bzw. Ausschließen zugrundeliegt. Sie wurde oben als ideal bezeichnet. Das verbindende Und setzt zugleich eine Grenze zwischen den Elementen, die es vereinigt. Das entspricht genau der Tatsache, daß aller im Wesen vollzogenen Tätigkeit des theoretischen Einschließens ein Ausschließen aller nicht zum Wesen gehörenden Bestimmungen an die Seite treten muß.

Da jede Kategorie, die des realen, wie auch diejenige des idealen Reflexionsbereiches nur als diejenige Form möglich ist, durch welche sich Identität und Widersetzung gegenseitig bestimmen, so muß auch die einzelne reale Kategorie in gleicher Weise wie die ideale Form bei ihrer theoretischen Tätigkeit die in den beiden Grundkategorien gründenden Leistungen des theoretischen Ein- bzw. Ausschließens bewirken, und zwar in einem gerade für sie als besondere Form kennzeichnenden Sinne. Das reale Ein- bzw. Ausschließen, welches von der Kategorie des realen Bereiches geleistet wird, hat im anschaulichen Gebiete der Raum-Zeit-Sinnlichkeit zu geschehen, und die anschaulichen Grenzen, deren es sich dabei bedient, haben nicht als die alogischen Elemente zu gelten, welche in idealen, logischen Bestimmungen als deren anschaulicher Gehalt wirksam sind, sondern müssen räumlich-zeitliches Gepräge besitzen.

Es sei schon jetzt angedeutet, daß die beiden kategorialen Bereiche, der reale sowie der ideale, aus einer gemeinsamen Wurzel transzendental abgeleitet werden müssen und in ihr also gemeinsam auch entspringen müssen. Darauf deutet die schon oft erwähnte Tatsache hin, daß der eine Bereich genau wie der andere als das Gebiet derjenigen Formen zu gelten hat, durch welche die gegenseitige Auseinandersetzung der ursprünglichen Kategorien vor sich geht.

Eine Folge dieser ursprünglichen Beziehung zwischen den Grundformen des Setzens und des Widersetzens einerseits und ihren kategorialen Unterformen andererseits besteht darin, daß beide Bereiche, der reale und der ideale, aufeinander unmittelbar bezogen und angewiesen sind. So ist z. B. das Wesen Dreieck nicht möglich, ohne daß in dem Begriffe dieses Wesens gleichzeitig die Möglichkeit miteingeschlossen wird, in der realen räumlichen Wirklichkeit eine Repräsentation dieses Wesens anzugeben, d. h. ein besonderes den Wesensvorschriften genügendes Dreieck zu konstruieren. Umgekehrt aber kann kein besonderes, konstruktiv gegebenes Dreieck in seinen real-anschaulichen räumlichen Beziehungen bestimmt werden, ohne daß diese Beziehungen aus dem Wesen

dieses Dreiecks abgeleitet werden könnten, d. h. die räumlich zu fassenden Vereinigungen und Abtrennungen, also das Ineinander- bzw. Auseinanderliegen der Strecken, Winkel u. s. f. und die daraus sich ergebenden Größenverhältnisse müssen durch die rein logischen Operationen des logischen Ein- bzw. Ausschließens erfaßt werden, sind also nur auf dem Wege über den Wesensbegriff des Dreiecks zugänglich.

Die Art, wie nun die idealanschauliche, von der Wesenskategorie geleistete Konstituierung des Gegenstandes auf die realanschauliche bezogen ist, ist aus dem oben angeführten Beispiel von der Geraden zu ersehen. Aus diesem Beispiel geht nämlich hervor, daß sich die Tätigkeit der idealen Kategorie darauf richtet, solche Reflexionsbegriffe, die von der realen Kategorie ermöglicht werden, durch die also eine Identität an konstruktiv vorgebbaren und real unterschiedenen Elementen geschaffen wird, ihrerseits als Material einer neuen Reflexion zu betrachten und unter einem „höheren' Identitätsbegriff, der Identität, die im Wesen ihren Ausdruck findet, zusammenzufassen. In dem angeführten Beispiel werden die Reflexionsbegriffe des realen Bereiches vertreten durch die verschiedenen Sammelbegriffe von bestimmten konstruktiv gegebenen Geraden, durch welche also die in realer Diskursivität konstruierten Einzelgeraden identisch vereinigt werden. Die in diesen realen Sammelbegriffen enthaltenen logischen Bestimmungen bilden nun ihrerseits die zu vereinigenden Elemente für eine neue, die ideale Reflexion. Die in dem realen Bereich gewonnenen begrifflichen Bestimmungen werden also ihrerseits wieder unter einem neuen identischen Allgemeinbegriff, einem neuen „Sinn" vereinigt. Dieser so entstehende neue Reflexionsbegriff ist ermöglicht durch die Kategorie des idealen Gebietes.

Diejenige Anschauung, welche die Stätte bildet für die Individualisierung der im realen Sammelbegriff vereinigten Einzelelemente, ist bekanntlich die reale Raum-Zeit-Anschauung. Sie ist der Ort, in welchem eine Gerade, die im realen Reflexionsbegriff logisch bestimmt ist, vorgegeben und konstruiert werden kann.

Dementsprechend ist die ideale Anschauung als der anschauliche Bereich anzusehen, in welchem die in der Wesensidentität zu vereinigenden Bestimmungen anschaulich gegeneinander abzutrennen und auszuschließen, also zu individualisieren sind. Die so individualisierten begrifflichen Bestimmungen sind ihrerseits schon Produkte einer Reflexion und bringen schon Identitätsbestimmungen mit, welche im realen Kategorienbereich erschaffen wurden. Wie schon betont wurde, werden die einzelnen in der realen Anschauung konstruierbaren Gegenstände durch sie zu einem identischen Begriff zusammengefaßt.

Die anschauliche Stätte, in welcher die ideale Kategorie ihren Gegenstand zu konstituieren hat, ist frei von den Bestimmungen einer sinnlich realen Diskursivität. In der idealen Reflexion werden solche Bestimmungen unter einem Allgemeinbegriff identisch erfaßt und gleichzeitig begrifflich vereinzelt, welche sich für das Gebiet der realen Konstitution ihrerseits als identische Allgemeinbegriffe erweisen, und deren Reflexionsgegenstände in der sinnlichen Realität des Raumes und der Zeit anschaulich bestimmt sind. Da die Bestimmung des Gegenstandes, wie sie in der idealen Anschauung geschieht, absieht von aller durch die reale Sinnlichkeit vorgenommene gegenständliche Vereinzelung, beschränkt sie sich darauf, die Bedeutung einer „Sinnlichkeit überhaupt", eines sinnlich anschaulichen „Inhaltes an sich" zu besitzen. Als die Anschauung, die dem logischen Ein- bzw. Ausschließen zugrunde liegt, muß sie es als ihre Aufgabe ansehen, nicht die Wirklichkeit, sondern die Möglichkeit der sinnlich anschaulichen Besonderung anschaulich zu begründen.

Aus der Tatsache, daß sich die Reflexionsprodukte des idealen Bereiches reflexiv auf diejenigen des realen Gebietes richten, daß also die ideale Reflexion unter den von der realen Kategorie erschaffenen reflexiven Setzungen selber eine identische Setzung zu leisten hat, ergibt sich, daß auch das Verhältnis zwischen dem idealen und dem realen Bereich von der ursprünglichen Wechselbeziehung, welche zwischen den kategorialen Grundformen besteht, bestimmt wird.

Wenn man nämlich die einzelne Form des idealen Bereiches von derjenigen des realen absondert und beide in der Weise unabhängig voneinander betrachtet, wie es oben schon geschah, so wird ersichtlich, daß die ideale Form gegenüber der realen die Stelle der Identität verwaltet, während diese dementsprechend Aufgaben des Entgegensetzens zu erfüllen hat. Denn wenn in dem durch die ideale Wesensform ermöglichten Wesensbegriff eine identische Vereinigung idealer Bestimmungen geschaffen wird, so haben diese Bestimmungen, einzeln genommen und aus der Reflexion herausgelöst, ihrerseits schon als reflexive Gebilde zu gelten, sind also selber identische Allgemeinbegriffe, welche diejenigen Gegenstände logsich zu vereinigen haben, die im r e a l e n Gebiete sinnlich und zugleich vereinzelt vorgegeben sind.

Innerhalb eines jeden der beiden kategorialen Bereiche setzen sich die ursprünglichen Formen, wenn auch jeweils in einem verschiedenen Sinne auseinander. Das zwischen diesen Grundformen herrschende gegenseitige Wechselverhältnis nun setzt sich in derjenigen Beziehung fort, welche zwischen realer und idealer Kategorialform wirksam ist. Ideale und reale Kategorie, das Wesen

und seine repräsentative Erfüllung in der sinnlichen Anschauung ermöglichen sich gegenseitig in der Form eines spontanen In- und Auseinanderwirkens, wodurch sich ihre gegenseitige Abgestimmtheit zeigt. Das eine Mal wird die ideale Kategorie als die spontane, aktiv wirkende Form gegenüber der rezipierenden Haltung der realen Form wirksam sein, während zum andern Mal die reale Kategorie als die den Gegenstand erzeugende Form der rezipierenden Wesenskategorie, also der Kategorie des idealen Bereiches entgegentritt. Im ersten Falle der erzeugenden Spontaneität der Wesensform kommt die Wesensnotwendigkeit des Gegenstandes zur ausdrücklichen Bestimmung und Klarheit. Die bei dieser Klärung des Wesens mitgeschleppte Forderung, dieses Wesen müsse in Raum und Zeit realisierbar und konstruierbar sein, ist begründet durch die reale Kategorie, welche der erzeugenden, idealen Form rezipierend gegenübersteht. Der gleiche Sachverhalt läßt sich übertragen auf den Fall, in dem die reale Form als die gegenstandserzeugende Kategorie der rezipierenden idealen Form sich gegenüberstellt, in welchem also ein bestimmter, in realer Sinnlichkeit konstruierter Gegenstand konstituiert wird. Daß er zugleich notwendig als Repräsentation eines allgemeinen Wesens aufzufassen ist, deutet dieses Mal hin auf den rezeptiven Charakter, den jetzt die ideale Form annimmt.

Die für die Kategorien beider Bereiche, des idealen wie des realen Bereiches, bestehende Notwendigkeit, sich in der gegenseitigen Wechselbeziehung zu ermöglichen und sich gegenseitig vorauszusetzen, soll durch folgende Ausführung noch deutlicher gemacht werden.

Die reale Kategorie hat als die Form der sinnlichen Realität zu gelten. Durch ihre spontane Tätigkeit hat sie das in der sinnlichen Wirklichkeit vorgegebene Besondere zu ermöglichen. Sie selber ist eine kategoriale Form, und zwar diejenige, die das Sein eines räumlich-zeitlich vorgegebenen Gegenstandes in seiner Besonderheit ermöglicht. Als die Form, welche die Aufgabe der Konstitution der sinnlich gegebenen Gegenständlichkeiten zu übernehmen hat, hat sie den Gegenstand gleichsam daraufhin vorzubereiten, daß er von der idealen Form, der Kategorie des Wesens, aufgenommen und von ihr in notwendige Sinn- und Wesenszusammenhänge hineingestellt werden kann. So wirkt die reale Kategorie für die ideale Form, sie erzeugt ihre Gegenstände mit dem Blick auf das Wesen hin. Auch aus dieser Tatsache wird die gegenseitige Bezogenheit zwischen den beiden Formbereichen ersichtlich. Da die reale Form, für sich allein genommen, nur das Sinnlich-Seiende in seiner besonderen Gegebenheit zu ermöglichen vermag, nicht aber dieses Seiende als eingeordnet in notwendige Wesensbeziehungen be-

greifen kann, so bleibt es ihr versagt — trotzdem sie als Kategorie, also als theoretische Form zu gelten hat —, von sich aus dem von ihr erzeugten Seienden einen in der Wesensnotwendigkeit begründeten theoretischen Sinn mitzugeben. Die Leistung, welche die reale Form beisteuert für die Konstitution des theoretischen Sinnes, d. h. der Wesens- und Geltungszusammenhänge, in welchen das besondere Seiende zu stehen hat, besteht lediglich darin, daß sie sich als theoretische Form bezieht auf die ihr entgegenstehende ideale Form, die Form des Wesens. Durch den Wechselbezug, welcher sie mit der idealen Form verbindet, schafft sie für die von ihr konstituierten Realitäten gleichsam den Anschluß an das Wesen und den theoretischen Sinn. Denn die ideale Kategorie, auf die sie sich hinzubeziehen hat, ist als der Ermöglichungsgrund aller Wesensnotwendigkeit und alles in dieser zum Ausdruck kommenden theoretischen Sinnes anzusehen. So wird durch die Wechselbeziehung zwischen realer und idealer Form die Ermöglichung dafür gegeben, daß das in realer Sinnlichkeit besonderte Seiende in notwendige Wesenszusammenhänge hineingestellt und dadurch in den Bereich des theoretischen Sinnes aufgenommen wird.

Wenn es daher überhaupt denkbar wäre, daß die reale Kategorie, auf sich allein gestellt und ohne eine Beziehung zur idealen Form, theoretische Gegenstände und Begriffe ermöglichen könnte, so würde in diesen immer nur ein ganz bestimmter, für einen einzigen, räumlich und zeitlich festgelegten Fall gültiger Sachverhalt erfaßt werden können; es wäre ihr nicht möglich, diesen Sachverhalt in notwendige Sinn- und Wesenszusammenhänge einzuordnen und ihn aus diesen heraus in seiner individuellen Besonderheit zu erklären. Denn die so erfaßte Einmaligkeit dieses Sachverhaltes wäre von der Art, daß sie gar keinen Vergleich mit anderen Sachverhalten zuließe und ebensowenig mit ihnen in eine logische Beziehung treten könnte. Der Begriff, welcher ganz allein auf einer solchen realen Konstitution beruhen würde, wäre in seiner Gültigkeit derartig auf das Einmalige beschränkt, daß er von seinem Gegenstande vollständig eingenommen würde und keine Verbindung herstellen könnte mit dem System anderer, in theoretische Sinn- und Wesenszusammenhänge eingeordnete Begriffe. (Da er seinen Gegenstand nicht in notwendige Wesensbeziehungen bringen könnte, so wäre er nicht einmal imstande, den von ihm aufgegriffenen Sachverhalt in seiner Einmaligkeit als Individualität bewußt zu erfassen, da die Möglichkeit eines solchen logischen Begreifens jeder Individualität den Besitz des allgemeinen Wesens voraussetzt, dem dieses Individuelle als eine Vereinzelung angehört.)

Ebenso wie die reale Form erst durch ihre Beziehung zu der ihr entgegenstehenden idealen Kategorie ihre eigentliche kategoriale

Aufgabe der Konstituierung des Gegenstandes in seiner sinnlichen Realität und konstruktiven Vorgegebenheit erfüllen kann, so vermag auch die ideale Kategorie nur als diejenige Form ihren Gegenstand zu konstituieren, welche auf die reale Form bezogen und angewiesen ist. Denn nur in dem Falle dieser Bezogenheit auf die Form des realen Bereiches ist es der idealen Kategorie möglich, ein Wesen und einen Sinn dem Gegenstande mitzugeben. Die ideale Form muß sich auf die Existenz einer realen Vorgegebenheit berufen, welche sie in die Zusammenhänge der Wesensnotwendigkeit einbeziehen kann und der sie somit theoretischen Sinn zu verleihen vermag.

Die Konstituierung des theoretischen Gegenstandes ist also nicht möglich, wenn sie nur von einer der beiden kategorialen Formen, entweder der idealen oder der realen allein durchgeführt wird. Der Gegenstand muß hineinragen in die beiden Bereiche der kategorialen Konstitution. Die Tatsache, daß das Wesen und seine diskursive Konstruktion in der realen Wirklichkeit nicht verschiedene Gegenstände sind, sondern immer nur Erscheinungsweisen und verschiedene Ansichten ein und desselben Gegenstandes, läßt den Gegenstand als eine Ganzheit begreifen. Wie diese Ganzheit, zu der sich die Anteile des Gegenstandes, die jeweils von der idealen und der realen Kategorie herstammen, ganzheitlich vereinigen, möglich ist und wie in eins damit die objektive Existenz des Gegenstandes ermöglicht werden kann, soll im übernächsten Kapitel zur Sprache kommen.

8. Die homogene Reflexion.

Wenn bisher die Rede war von einer theoretischen Reflexion und diese Reflexion eingeteilt wurde in die beiden Gebiete der realen und der idealen Kategorie, so waren die dabei vermerkten Sachverhalte maßgebend für jedes theoretische Erkennen überhaupt. Es wurde dabei abgesehen von jeder Einschränkung auf einen ganz bestimmten wissenschaftlichen Bereich der theoretischen Reflexion. Da uns für unseren Zusammenhang von Wichtigkeit ist, die Reflexion in einem ganz bestimmten Gegenstandsgebiet, nämlich dem Bereich der mathematischen Gegenstände kennenzulernen, haben wir uns jetzt mit den besonderen Kennzeichen zu befassen, welche dieser mathematischen Reflexion, die eine Spezialisierung des bisher behandelten Reflexionsbegriffes darstellt, zu eigen sind.

Diejenige Eigenschaft, durch welche sich die Reflexion über mathematische Gegenstände kennzeichnet vor derjenigen anderer Gebiete, ist die Homogeneität. Leibniz definiert: Homogen sind zwei Elemente, wenn man zwei andere derart angeben kann, daß

sie den ersten gleich und untereinander ähnlich sind [1]). Um diesen Homogeneitätsbegriff in Zusammenhang zu bringen mit den oben angeführten Bemerkungen über die Reflexion, halten wir uns an die von Leibniz dieser ersten beigegebenen zweiten Definition der Homogeneität, die zwar weniger exakt, aber für eine logische Deutung zugänglicher ist. Homogen sind nach dieser Definition Gegenstände, „die durch eine Umformung einander ähnlich gemacht werden können (wie z. B. eine Kurve und eine Gerade)".

Der Zusammenhang des Homogeneitätsbegriffes mit den bisher über die Reflexion angeführten Tatsachen wird hergestellt, wenn man sich überlegt, daß der Bestimmung, für die zueinander homogenen Gegenstände solle es möglich sein, sie durch eine Andersgestaltung einander ähnlich zu machen, die Leistung eines reflexiven Begriffes zu verdanken ist, der diese Gegenstände in einer Identität vereinigt. Denn ohne diese reflexive Vereinigung der homogenen Gegenstände wäre auch eine Unterscheidung der Gegenstände unmöglich; man könnte sie nicht durch eine Andersgestaltung (Umformung) einander so angleichen, daß sie einander ähnlich werden, was doch in der Homogeneitätsbedingung gefordert wird. Diese Reflexion, durch welche das ganz spezielle Verhältnis zwischen zwei Gegenständen, wie es die von Leibniz definierte Homogeneität darstellt, ermöglicht, ist kennzeichnend für das ganze mathematische Erkennen. Sie soll daher als die homogene Reflexion von der bisher betrachteten „allgemeinen" Reflexion unterschieden und in ihrem Unterschiede zu dieser betrachtet werden.

Durch die allgemeine Reflexion wird es möglich gemacht, daß verschiedene individuelle Begriffe in einem identischen Allgemeinbegriff vereinigt, zugleich aber durch eine logische Unterscheidung voneinander abgesondert werden. In dieser logischen Unterscheidung erhält jeweils ein erfahrungsmäßig oder empfindungsmäßig, oder auch nur rein anschaulich zu erfassender Unterschied der Gegenstände seinen logischen Ausdruck, je nach dem Gebiete, dem jedesmal der betreffende Gegenstand der Reflexion entnommen ist. Auch diejenigen Gegenstände, welche durch die Identität einer homogenen Reflexion vereinigt werden, werden zugleich in einer entsprechenden Verschiedenheit gegeneinander logisch individualisiert. Für diese homogene Verschiedenheit aber ist es kennzeichnend, daß sie insofern eine begriffliche Einschränkung der in einer allgemeinen Reflexion anzutreffenden Verschiedenheit darstellt, als sie nur bedeutet eine rein-anschauliche Verschiedenheit der „Lage". Die logische Leistung der homogenen Verschiedenheit ist somit darin zu sehen, daß sie die Gegenstände ihrem ihnen innewohnenden rein-

1) Leibniz [I.] Bd. I. S. 55 ff.

anschaulichen Gehalt nach, ihren „Lagebeziehungen" nach logisch unterscheidet. Was unter dieser der homogenen Reflexion eigentümlichen Verschiedenheit, der Verschiedenheit der „Lage" zu verstehen ist, soll jetzt besprochen werden.

Sucht man diese fragliche Verschiedenheit zu deuten an der Hand des oben angeführten Homogeneitätsbeispieles, durch welches uns die beiden homogenen Gegenstände: Kurve und Gerade angegeben werden, so erscheint sie hier als eine Verschiedenheit der anschaulichen Erscheinung, eine Verschiedenheit der räumlichen Lage, welche die einzelnen Punkte der Kurve einerseits und der Geraden andererseits gegeneinander einnehmen. Nur dadurch, daß die Kurvenpunkte zueinander anders liegen als die Punkte, die der Geraden angehören, sind beide Gegenstände, Kurve und Gerade, voneinander homogen unterscheidbar. Nimmt man in dem Falle unseres Beispieles mathematisch besonders einfache (etwa sog. rektifizierbare) Kurven an, so kann man diese auffassen als „verbogene" Geraden, als solche Geraden, bei welchen die Lage der ihnen angehörenden Punkte „anders" geworden, von der ursprünglichen verschieden ist. (Mathematisch bedeutet diese anschaulich zu erfassende Möglichkeit des „Verbiegens" der Geraden, die dadurch zur Kurve wird: Es existiert eine ein-eindeutige Zuordnung zwischen den Punkten der Kurve und denjenigen der Geraden.)

Wie weiter unten noch näher begründet werden wird, gelten alle bisher für die allgemeine Reflexion beobachteten kategorialen Verhältnisse auch im besonderen für den Fall der homogenen Reflexion. Auch hier ist es wesentlich, daß sich die homogene Identität und die ihr entsprechende homogene Verschiedenheit in wechselseitiger Spontaneität aufeinander beziehen. Man wird also hier fragen nach dem besonderen kategorialen Gehalt, welcher diesem Bezug von homogener Identität und Verschiedenheit entspricht, genau wie oben die Kategorien der allgemeinen Reflexion aus dem zwischen den Grundkategorien und dem in der Folge auch zwischen Identität und Verschiedenheit bestehenden Wechselverhältnis abgeleitet wurden.

Das Ergebnis sei jetzt schon genannt: Die dem homogenen Verhalten zwischen den beiden Grundformen des Setzens und Widersetzens entsprechende kategoriale Einzelform ist die Kategorie der Quantität.

Die unmittelbare Beziehung, welche zwischen den Begriffen der Quantität und der Homogeneität herrscht, wird auch aus der Leibnizschen Homogeneitätsdefinition klar ersichtlich. Wenn nämlich nach der zweiten Bestimmung die homogenen Gegenstände a und b durch beiderseitige Veränderung einander ähnlich gemacht werden können, so handelt es sich dabei um die Frage, welcher Art diese

Veränderung sein soll. Darüber gibt uns die erste von Leibniz angegebene Definition Auskunft. Die Veränderung muß dem Sinne dieser Definition nach so beschaffen sein, daß die durch sie entstandenen neuen Gegenstände mit den alten jeweils in der Beziehung der quantitativen Gleichheit stehen sollen. Der Prozeß der Veränderung, welcher an den zueinander homogenen Gegenständen möglich sein muß, damit sie einander ähnlich werden, ist somit als ein quantitativer Prozeß aufzufassen. Wenn die homogenen Gegenstände a und b nach Obigem in einer reflexiven, homogenen Identität vereinigt und in einer gleichartigen Verschiedenheit, einer Verschiedenheit der Lage, voneinander abgesondert werden können, so muß die Identität, um welche es sich hier handelt, gleichzeitig eine identische, begriffliche Vereinigung quantitativ bestimmter Gegenstände sein, ebenso wie die ihr entsprechende Verschiedenheit der anschaulichen Lage als eine Verschiedenheit von nur quantitativ voneinander unterschiedenen Gegenständen aufzufassen ist.

Das Verhältnis, welches zwischen den einzelnen Elementen der Reflexion, den in der Identität zu vereinigenden Gegenständen einerseits und dem identischen Reflexionsbegriffe selber andererseits im Falle der homogenen Reflexion besteht, muß folgendermaßen geartet sein:

Das dem identischen Reflexionsbegriffe A entgegengesetzte non A ist für die allgemeine Reflexion die Form aller der gegenständlichen Bestimmungen, die von A logisch verschieden sind, also etwa der Bestimmungen B, C, D ... u. s. f. Nun kommt in dieser Form der Verschiedenheit: non A im besonderen Falle auch der Begriff A selber wieder in endloser Anzahl vor, weshalb also gilt: non A = (.... A, A, ...). Denn die Identität A = A führt die Besonderung des A gegenüber allem Seienden, also auch gegenüber dem A selber durch. Weil A gegenüber A in der Identitätssetzung zugleich auch abgesondert wird, gilt: A ist identisch mit einer Bestimmung aus non A, nämlich mit A (wobei non A = .. A, A..). Die in der Form non A vorkommenden A sind nicht anders verschieden von der ursprünglichen Identität A, die dem non A entgegengesetzt wurde, als daß sie lediglich an anderer Stelle stehen, sie sind also von A der Lage nach verschieden. (Das eine A steht nämlich an erster, das andere an zweiter, das andere an dritter Stelle in der Form: non A). Diejenige Reflexion, welche alle anderen Bestimmungen (B, C, u. s. f.) aus dem Bereiche non A ausschaltet und nur noch auf die Bestimmungen A reflektiert, muß diejenige Reflexion sein, die oben als homogen gekennzeichnet wurde. Denn für diese ist es wesentlich, daß sie solche Elemente in der Identität reflexiv vereinigt, welche nur quantitativ und der Lage nach untereinander verschieden sind. Hieraus ist die Tatsache zu er-

sehen, daß sich die homogene Reflexion von der allgemeinen nicht in ihrem Wesensgrund als theoretische Grundtätigkeit unterscheidet. Denn sie entsteht dadurch, daß die in der allgemeinen Reflexion wirkenden Formen der Identität und Verschiedenheit lediglich eine Einschränkung erfahren. Von einer solchen Einschränkung kann deshalb die Rede sein, weil die in dieser, der homogenen Reflexion wirkende Identität nur noch bedeutet eine logische Identität von Gegenständen, die nur von ihrer quantitativen Seite her betrachtet werden, die homogene Verschiedenheit andererseits eine nur quantitative Verschiedenheit der Lage bedeutet. Die homogenen Formen Identität und Verschiedenheit sehen die Gegenstände nur von einer ganz bestimmten Seite an, da sie nämlich nur die quantitativen Beziehungen, von denen der einzelne Gegenstand bestimmt wird, beachten.

Aus diesem Zusammenhange vermag man auch eine Tatsache abzuleiten, auf welche Rickert hingewiesen hat. Es handelt sich darum, daß die Quantität als eine Einschränkung und Spezialisierung der „Qualität" anzusehen ist. Unter Qualität wird dabei, um die Begriffe der obigen Darlegungen anzuwenden, derjenige logische Gehalt verstanden, der von den Formen des ursprünglichen theoretischen Setzens und seines Entgegensetzens herstammt, also nicht derjenigen Qualität, die man in den Gegensatz der Quantität zu stellen pflegt. In Einklang mit dieser Tatsache steht auch der Sachverhalt, daß eine durch die homogene Reflexion gewonnene Identität über den quantitativ verschiedenen Gegenständen, also eine „quantitative" Identität als theoretischer Begriff von der „qualitativen" Grundform der Identität erzeugt werden muß, der sich dementsprechend die ursprüngliche Entgegensetzung gegenüberstellt. Denn beide „qualitative" Grundformen enthalten ja die Ermöglichung aller theoretischen, also auch der homogenen, quantitativen Reflexion.

Auf Grund der Tatsache, daß in der quantitativ-homogenen Reflexion eine Beschränkung auf eine ganz bestimmte Seite der allgemeinen Reflexion geschieht, ist zu schließen, daß die oben beschriebenen Unterscheidungen der Reflexionsgebiete, des idealen und des realen Bereiches der Reflexion auch im homogenen Falle durchführbar ist. Genau wie im allgemeinen Falle die ideale Kategorie für die Gegenstände den Begriff des Wesens erschafft und sie in notwendige Zusammenhänge hineinstellt, während durch die reale Kategorie die räumlich-zeitlichen Sachverhalte ermöglicht werden, so ist auch eine entsprechende Unterscheidung für die quantitative Reflexion durchzuführen. So haben in diesem besonderen Falle der Reflexion die notwendigen Wesensbezüge, die dem idealen Gebiete entstammen, ganz bestimmte gegenständliche Ausdrucksformen. Es sind die mathematischen Axiome, und die logischen Mittel, die den

Axiomen zur Bestimmung des Wesens zur Verfügung stehen, sind die mathematischen Funktionen, welche die für das homogene Reflexionsgebiet charakteristischen Urteile darstellen. Sucht man aber diejenigen homogenen Begriffe auf, welche durch die homogene Kategorie des r e a l e n Bereiches ermöglicht sind, so stößt man auf das Gebiet der Zahlen (siehe weiter unten). Dasjenige, was nämlich durch die Zahl begrifflich erfaßt wird, ist die am Gegenstande vorfindliche Bestimmung seiner Größeneigenschaft (= Quantum).[1])

Die Art und Weise, durch welche sich ideale und reale Form auch in dem homogenen Falle gegenseitig in der bekannten Wechselbeziehung bestimmen, soll an der Hand mathematischer Gegenstände gleich noch gezeigt werden. Vorerst gilt es nur zur kategorialen Ableitung der Tatsache überhaupt noch einiges beizutragen.

Wenn im homogenen Falle der in der Reflexion erzeugte Identitätsbegriff eine reflexiv-quantitative Vereinigung von Elementen darstellen soll, die nur der Lage nach (also rein-anschaulich) vereinzelt und verschieden sind, so muß die homogene Reflexion im idealen wie auch im realen Gebiete noch eigens daraufhin angegehen sein, was in jedem der beiden kategorialen Fälle die hier vorliegende Art der reflexiven Verschiedenheit, nämlich die Verschiedenheit der Lage (= rein-anschauliche Verschiedenheit) zu bedeuten hat.

Der kategoriale Sinn, welcher dieser homogenen Verschiedenheit im Falle der r e a l e n Gegenstandsbestimmung zuzuschreiben ist, wurde schon gekennzeichnet: Sie ist als Verschiedenheit im q u a n t i t a t i v e n Sinne aufzufassen. Zur Verdeutlichung dessen, inwiefern der Begriff der rein-anschaulichen Verschiedenheit des r e a l e n Gebietes gleichzeitig eine Verschiedenheit des quantitativen Gehaltes der Gegenstände bedeutet, denke man etwa an die Reihe der natürlichen Zahlen: 1, 2, 3, ... n. Je nach der Lage, welche von der einzelnen Zahl eingenommen wird, je nachdem, ob sie an zweiter, dritter oder n.-ter Stelle steht, läßt sie sich in dieser Reihe individualisieren als die 2, die 3, die n.

Im realen Falle geschieht so die durch die homogene Kategorie des rein-anschaulichen Entgegensetzens und der sich daraus herleitenden Form der bloßen Lageverschiedenheit bewirkte Besonderung der einzelnen Zahl in der Weise, daß jede Zahl zum Begriff eines besonderen gegenständlichen Quantums wird. Je nach der rein-anschaulich zu bestimmenden Lage, die einer besonderen Zahl cukommt, je nachdem also, was ihr vorhergeht oder nachfolgt, ist

1) Das Quantum unterscheidet sich in dem Sinne von der Quantität, als es eine bestimmte Seite an der gegenständlichen Wirklichkeit darstellt, die in der Quantität begrifflich-kategorial erfaßt wird.

sie der begriffliche Ausdruck eines entsprechenden Quantums. Sie unterscheidet sich von der andern Zahl durch den begrifflich nicht weiter abzuleitenden Gehalt der rein-anschaulich bedingten, also homogenen Verschiedenheit der Lage und damit auch der in ihr vorliegenden Quantität.

Wie aber ist diese homogene Verschiedenheitsform, die rein-anschauliche Verschiedenheit der Lage nach in dem Reflexionsgebiete zu deuten, in welchem keine Rede von einer Ordnung des räumlichen Vor- und Nacheinander sein kann und in welchem die den einzelnen Begriffen innewohnende reine Anschauung als diejenige des begrifflichen Ein- bzw. Ausschließens zu gelten hat, also dem Bereiche der i d e a l e n Wesenskategorien zuzuordnen ist?

Wir sind dieser fraglichen homogenen Kategorie, derjenigen des idealen Reflexionsgebietes, schon oben begegnet. Die dem Homogeneitätsgebiet der idealen Begrifflichkeit zugeordnete rein-anschauliche Verschiedenheit, diejenige der bloßen „Lage" nach hat nämlich Folgendes zu bewirken: Die einzelnen in ihrer Gesamtheit der Form non A angehörenden B, C, D, . . ., welche alle von A verschieden sind, können in diesem homogenen Falle nur ihrer (sinnlich in der räumlichen Ordnung der angeführten Symbole zum Ausdruck gebrachten) logischen Stellung nach, nicht aber ihrem übrigen begrifflich-qualitativen Gehalte nach von A unterschieden werden, mag sich dieser Gehalt nun auf empirische oder apriorische Inhalte beziehen. Jeder von ihnen ist also, vom Standpunkt der allgemeinen, nichthomogenen Reflexion aus betrachtet, mit A identisch. Das in der Form des non A stehende einzelne Seiende kann somit immer nur selber wieder A sein. Die einzelnen A sind damit nur der r e i n - l o g i s c h e n Lage nach, in welche sie eingeordnet werden, verschieden. Dieser logischen Ordnung wohnt ein rein-anschaulicher Gehalt inne, und zwar entstammt dieser dem i d e a l e n Anschauungsbereiche. In symbolische Form gebracht, sehen die hier besprochenen Beziehungen folgendermaßen aus:

$A \neq$ non A, gleichzeitig aber non $A = (A', A'', A''', A'''', \ldots)$, wobei vom Standpunkt der allgemeinen Reflexion aus gilt: $A = A'$, $A = A''$, $A = A'''$, ... Die einzelnen in der Form non A einbegriffenen homogenen Begriffe: A', A'', ... A''''' sind ihrerseits nur ihrer logischen Ordnung nach verschieden. Die Elemente des Begriffes: non A sind nur individualisierbar durch diese ideale Ordnung, in der sie in der logischen Form stehen, nicht aber durch qualitative Unterscheidung. Die logische Ermöglichung dafür daß z. B. A'' in den Begriff non A eingeschlossen und aus dem Begriffe A ausgeschlossen wird, also seine logische Aufgabe an seiner ganz bestimmten Stelle

erfüllen kann, besteht darin, daß diese Bedingungen des Ein- bzw. Ausschlusses in gleicher Weise schon für A' erfüllt ist. Die Existenz des A'' schließt diejenige des A' mit ein. Weiterhin ist die logische Bedingung für die Existenz des A''' darin zu suchen, daß schon A'' existiert. Dasselbe gilt für A'''' u. s. f. Jedesmal geht das eine A dem andern A logisch vorher und enthält die Bedingung der Existenz seines Nachfolgers. Wie sich die homogene Reflexion des realen Gebietes dadurch auszeichnet, daß sie nur auf die quantitativen Verhältnisse am Gegenstande beschränkt bleibt, so bezieht sie sich im idealen Bereiche nur auf die an den Begriffen und ihren Gegenständen festzustellende logische Reihenfolge. Ihr Prinzip der Unterscheidung zwischen den reflexiv vereinigten Elementen kann daher ebenfalls wie im Falle der realen Homogeneität als das Prinzip der logischen Lage-Verschiedenheit gelten.

Aus der Homogeneitätseigenschaft heraus läßt sich der apriorische Charakter erklären, welcher die Mathematik vor den anderen Wissenschaften auszeichnet. Da die anschauliche Vereinzelung und Verwirklichung der homogenen Gegenstände nur durch die Verschiedenheit ihrer rein-anschaulichen Lage ermöglicht wird, ist mit jedem Begriffe A zugleich die unendliche Anzahl der durch die quantitative Besonderung verwirklichten Gegenstände: a, a, ... und der ihnen entsprechenden Begriffe A, A, ... gegeben. So ist z. B. von den unter den Begriff Linie einbegriffenen Gegenständen jedes Individuum vereinzelt und in einer bestimmten Zeit und einem bestimmten Orte durch Konstruktion zu verwirklichen. Aus der Homogeneität der Individuen untereinander folgt aber, daß diese Bestimmung des Ortes und der Zeit insofern beliebig ist, als die an der einzelnen Linie festzustellenden Relationen immer dieselben bleiben, gleichgültig, wie Zeit und Ort der Verwirklichung bestimmt wurden, da sich die unter den Begriff Linie fallenden homogenen Gegenstände, d. i. die einzelnen Linien, nur rein-anschaulich, aber nicht in einem empirisch-anschaulichen Sinne unterscheiden.

Wenn man den Begriff der Homogeneität zwischen Gegenständen durch die Bestimmung einschränkt, daß es für diese möglich sein soll, sie nicht durch eine beliebige, sondern kontinuierliche Veränderung ineinander überzuführen, so gelangt man zu dem Begriff der Homogoneität. Homogon, so sagt Leibniz, sind solche Dinge zueinander, welche durch kontinuierliche Veränderung ineinander übergeführt werden können.

In dem Falle, daß ein Gegenstand: A zu einem andern: B homogon ist, muß es zu beiden eine unendliche Menge von Gegenständen geben, die durch Veränderung des ersten entstanden sind, und die dem zweiten Gegenstand B immer mehr ähnlich werden, so daß sie im Verlaufe der stetigen Veränderung schließlich in diesen

übergehen und mit ihm völlig eins werden. So ist z. B. jeder Bewegungsgrad, der von der Ruhe verschieden ist, zum Zustande der Ruhe homogon. Denn durch kontinuierliche Verlangsamung muß der Zustand der Bewegung schließlich in denjenigen der Ruhe übergehen. Die Voraussetzung dafür, daß dieser Uebergang der unendlich vielen einzelnen Bestimmungen, wie es in dem Beispiel die einzelnen Bewegungsgrade sind, in die zu ihnen homogone Bestimmung der Ruhe logisch einbegriffen werden kann, ist darin zu sehen, daß die unendlich vielen Annäherungsbestimmungen einerseits und das zu ihnen homogone Ziel der Annäherung andrerseits unter einem einzigen Begriff reflexiv zusammengefaßt werden, wie es in unserem Beispiel durch den Begriff der Bewegung geschieht. Denn dieser Begriff der Bewegung umfaßt die unendlich vielen positiven Bewegungsgrade zu gleicher Zeit mit dem zu ihnen homogenen Bewegungsgrad 0 (= Zustand der Ruhe). Bestimmungen, die zuerst einander unähnlich sind, wie beispielsweise Bewegung und Ruhe, werden durch die die einzelnen homogonen Gegenstände vereinigende Reflexion unter einem Aehnlichkeitsbegriff vereinigt. Dieser reflexive Begriff enthält somit die ganze unendliche Menge der kontinuierlich entstandenen Veränderungsgrade und kann diese aus der ihm innewohnenden gesetzmäßigen Wesenseinheit heraus in ihrer wirklichen Gegebenheit begreifen und ihre Konstruktion möglich machen. Die Tatsache, daß durch den Begriff über die zueinander homogonen Gegenstände zugleich die unendliche Menge der einzelnen Zwischenstadien miteinbegriffen und beherrscht wird, schafft die Ermöglichung dafür, daß dieser Begriff das Produkt einer homogenen Reflexion ist, denn die in diesem Begriffe reflexiv vereinigten Bestimmungen unterscheiden sich nur ihrem quantitativ-anschaulichen Gehalte nach, müssen also als die reflexiven Elemente einer homogenen Reflexion angesehen werden. Daß aber diese Art der Reflexion die apriorische begriffliche Beherrschung einer unendlichen Mannigfaltigkeit von Gegenständen, also im besonderen auch der unendlichen Menge der Zwischengrade zwischen den homogonen Gegenständen ermöglicht, geht aus dem oben Bemerkten hervor.

Welche Bedeutung diesen Erwägungen über die Homogeneität und ihren Spezialfall, der Homogoneität, für die Philosophie der Mathematik und überhaupt für die Logik zukommt, kann man daraus ersehen, daß Leibniz den Satz, in dem die Eigenschaft der Ruhe, Spezialfall der Bewegung zu sein, zum Ausdruck gebracht wird, in unmittelbaren Zusammenhang bringt mit seinem Kontinuitätsprinzip.

Leibniz bezeichnet die Tatsache, daß die Ruhe als ein Spezialfall der Bewegung anzusehen ist, als unmittelbare Folge seines Kontinuitätsprinzips, welches man so formulieren kann: Dann

und nur dann geschieht im Reich des Wirklich-Gegenständlichen (des Bedingten) eine Veränderung, wenn im Bereich der Begriffe (der Bedingung) eine dieser Veränderung des Bedingten korrespondierende und sie ermöglichende Bestimmung dazu vorliegt. Die Monade entwickelt aus ihrem Bedingungscharakter heraus die ganze Reihe der von ihr bestimmten gegenständlichen Bedingtheiten, also im Besonderen auch die Reihe der an den räumlich-zeitlichen Substanzen vorkommenden Veränderungen, und bleibt also als der Quell rationaler Gründe und Bestimmungen immer in identischer Einheit. Da jeder Begriff einer Veränderung, welche an einem gegenständlichen Wesen geschieht, die unendliche Anzahl der einzelnen Veränderungsstadien aus sich heraus entwickelt und sie so ermöglicht, bringt dieser die einzelnen Grade der Veränderung in eine homogene und sogar homogone Beziehung zueinander. Das gemeinsame Einbegriffensein aller einzelnen Zustände der in steter Veränderung begriffenen Natur (also der Welt des Gegenständlich-Bedingten) in dieser Beziehung und ihrer Einheit hat den kontinuierlichen Charakter jeder Veränderung der Natur zur Folge: natura non facit saltus. Dieser Satz hat zu bedeuten: Die Natur hat dem Logos gegenüber kein selbständiges Wesen und alle ihre unendlich vielen Zustände müssen in der vom Logos geschaffenen Einheit des Begriffes begründet und begründbar sein.

9. Die philosophische Deutung der mathematischen Gegenstände.[1])

A. Funktion und Zahl.

Daß alle Verhältnisse, welche für die allgemeine Reflexion beobachtet wurden, im Besonderen auch für den Spezialfall der homogen-mathematischen Reflexion gelten, wurde oben aus dem Wesen der Reflexion überhaupt gefolgert. Es soll jetzt der Versuch des Nachweises unternommen werden, daß eine im Sinne dieser Behauptung durchgeführte philosophische Ausdeutung der mathematischen Gegenstände möglich ist.

Aus der Tatsache der Uebertragbarkeit aller allgemein-reflexiven Sachverhalte auf die Verhältnisse der mathematischen Reflexion hat

1) Um deutlich zu machen, ob Ausführungen des Textes im philosophischen oder im mathematischen Sinne zu verstehen sind, werden wir im Folgenden, soweit erforderlich, die einschlägigen Ausführungen durch ein beigesetztes ph. g. bzw. m. g. (= Abkürzung für philosophisch gesprochen bzw. mathematisch gesprochen) als solche kennzeichnen. Entsprechend bedeutet: „m.-Funktion“ soviel wie „Funktion im mathematischen Sinne“.

sich für diese zu ergeben: Ebenso, wie ein idealer Bereich der homogenen Reflexion zu unterscheiden ist von einem real-homogenen Bereich, so herrscht auch zwischen diesen beiden Bereichen der homogenen Reflexion das zwischen den allgemein-reflexiven Bereichen festgestellte Wechselverhältnis, demzufolge sich die Kategorien beider Gebiete in der spontanen Gegenstandsbestimmung abzulösen haben.

Dasjenige Urteil nun, welches durch die spontan-wirkende Tätigkeit der ideal-homogenen Kategorie, derjenigen des homogenen mathematischen Wesens ermöglicht ist, ist die mathematische Funktion. Das sei an der Hand des mathematischen Gegenstandes Funktion selber aufgezeigt.

Man versteht m. g. unter einer mathematischen Funktion[1]) $y = f(x)$ (für unseren Zweck genügt eine eindeutige Funktion mit einer reellen unabhängig Veränderlichen) ein Zuordnungs- oder Abbildungsgesetz, vermöge dessen jedem Element x aus einer Menge M ein Element y aus einer Menge N zugeordnet wird. Wegen dieser Zuordnung, welche die Funktion zwischen den Elementen der beiden Mengen stiftet, wird die eine Menge M als das Urbild, die andere als deren Abbild bezeichnet. Eine Funktion ist so als ein Gesetz, nach welchem sich eine Abbildung zweier Mengen untereinander vollzieht, aufzufassen.

Für die philosophische Deutung des Funktionsbegriffes der Mathematik ergibt sich demnach folgendes:

Da die mathematische Funktion ein Abbildungsgesetz ist, also die Prägung der theoretischen Notwendigkeit an sich trägt, muß sie dem idealen Kategorienbereich entstammen. Die Mengen M und N werden durch das zwischen ihnen herrschende mathematische Zuordnungsgesetz der Funktion theoretisch vereingit, also in einer reflexiven Identität zusammengefaßt. Denn zwischen zwei Mengen ein logisches Gesetz stiften, heißt beide Mengen als Individuen aufzufassen, und sie durch die im Gesetz zum Ausdruck kommende logische Einheit identisch zusammenzufassen. Bei dem Begriffe der m.-Funktion fehlt daher auch die mit jeder reflexiven Identität einhergehende Entgegensetzung und im Gefolge damit auch die individualisierende Verschiedenheit nicht: Die in ihr durchgeführte Besonderung der durch die m.-Funktion dargestellten Identität vereinigten „Elemente" (ph. g.) zeigt sich darin, daß gerade das Funktionsgesetz neben der identischen Vereinigung der in ihm einbegriffenen „Elemente", d. i. der Mengen M und N, auch auf deren gegenseitige Besonderung bedacht ist, da die erste Menge M ausdrücklich als das Urbild, N aber als deren Abbild hervortritt.

---

1) s. Anmerkung III. des Anhangs.

Diejenige Kategorie nun, deren spontaner Wirkung die in dem Gesetz der mathematischen Funktion zum Ausdruck kommende Reflexion zu verdanken ist, ist die Form des idealen Bereiches, die Kategorie des Wesens. Diese Behauptung läßt sich durch den Hinweis darauf belegen, daß in dem Urteil: y ist x zugeordnet (in Zeichen: $y = f(x)$) die Aussage enthalten ist: W e n n für das Argument ein bestimmter Wert eingesetzt wird, d a n n wird ein bestimmtes y durch die in dem Funktionsgesetz enthaltene Zuordnungsvorschrift erhalten. Damit ist erwiesen, daß es der mathematischen Funktion möglich ist, Wesensverhältnisse theoretisch zu erfassen. Sie ist fähig, das im Bereiche der idealen Formung verankerte Verhältnis der Grund-Folge-Beziehung auf ihre mathematisch-homogene Weise auszudrücken.

Wenn die mathematische Funktion als eine spontane Leistung der idealen Kategorie zu gelten hat, so darf, wie aus der obigen kategorialen Darlegung hervorgeht, die reale Kategorie bei der Konstituierung dieses mathematischen Gegenstandes nicht ausgeschaltet sein, sondern muß mit der idealen Form in wechselseitigem Wirkungsbezuge stehen. Sie muß da, wo die ideale Kategorie das mathematische Gesetz der Funktion spontan konstituiert, dieser Form rezipierend gegenübertreten, um im gegebenen Falle selber die Aufgabe der wirkenden Spontaneität zu übernehmen und dann der idealen Form die Tätigkeit des Rezipierens zu überlassen.

Sucht man aber denjenigen Teil an der mathematischen Funktion auf, für den die reale Kategorie verantwortlich ist, so findet man, daß für ihn ph. g. die einzelnen in die räumliche Wirklichkeit gehörenden Punkte x und y, die einzelnen Elemente der Mengen M und N, eintreten. Ihre Existenz ist als eine Leistung der realen Kategorie aufzufassen, weil sie im Bereiche der realen Sinnlichkeit verankert sind.

Vom philosophischen Standpunkt aus ist der einzelne Punkt in seiner räumlichen, individuellen Gegebenheit nur deshalb als theoretischer Gegenstand begreifbar und existent, weil er in der Z a h l [1]) begrifflich erfaßt wird. Denn die Zahl ist es, welche den Punkt in seiner besonderen nur ihm eigenen Lage und seiner rein-anschaulichen Vereinzelung auch theoretisch zu kennzeichnen vermag.

---

1) Unter „Zahlen" m. g. werden im Texte, mit Ausnahme der auf abstrakte Algebra sich beziehenden Ausführungen, die sog. Kardinalzahlen bzw. die Ordinalzahlen, und zwar (nach Bedarf) einschließlich der transfiniten, verstanden. Werden die Zahlen jedoch in erster Linie von philosophischer Seite aus gesehen und sollen sie ihrem philosophischen Wesensgefüge nach gekennzeichnet werden, so gelten für den Begriff „Zahl" die auf S. 78 angeführten Bestimmungen.

Die Zahl hat ph. g. begriffliche Prägung. Wie in jedem Begriffe, so muß auch in ihr ein anschaulicher Baustein enthalten sein. Der in dem besonderen homogenen Begriffe der Zahl enthaltene anschauliche Gehalt ist das Quantum. Je nach dem Quantum, welches anschaulich zu erfassen und welches der Zahl zu eigen ist, von welcher es begrifflich aufgegriffen wird, vermag diese als besondere Zahl von den andern Zahlen unterschieden zu werden. Nun ist das Quantum einer ganz besonderen Kategorienart, nämlich der homogenen Kategorie als anschauliche Bestimmung zugeordnet. Die einzelnen Quanten sind daher nicht in einem empirisch-anschaulichen Sinne voneinander abzusondern und zu kennzeichnen, sondern müssen lediglich ihrer rein-anschaulichen Lage nach unterschieden werden. Diese „Lageverschiedenheit", in welcher die homogenen individuellen Quanten zueinander stehen, ist im Falle der realen Reflexion — und um diesen Fall handelt es sich bei dem Begriffe der Zahl — als eine Verschiedenheit des rein-anschaulichen sinnlichen Nebeneinander bzw. Nacheinander zu verstehen. So wird es klar, daß die Zahl mit Hilfe des in ihr als anschaulicher Faktor liegenden homogenen Quantums befähigt ist, die einzelnen je ihrer räumlich-anschaulichen Lage, ihrem Neben- und Nacheinander geordneten und bestimmten Punkte begrifflich in ihrer Individualität zu erfassen. Diese begriffliche Erfassung des Punktes durch die Zahl macht es so ph. g. möglich, daß die Punkte als die einzelnen Gegenstände gelten können, die in einer Weise reflexiv zu vereinigen sind, wie es in dem Abbildungsgesetz der mathematischen Funktion geschieht, deren Aufgabe es ist, eine gesetzmäßige Zuordnung zwischen Punkten herzustellen.

Durch diese philosophische Beziehung zwischen Punkt und Zahl wird ph. g. die Möglichkeit dafür gegeben, daß in der Mathematik Zahlen durch räumliche Punkte in der Weise dargestellt werden können, wie es z. B. bei der „Darstellung" der reellen Zahlen durch die Punkte auf der sog. Zahlgeraden geschieht.

Wie schon betont wurde, hat die Zahl als derjenige Begriff zu gelten, welcher im Bereiche der mathematischen Gegenständlichkeit dem Wirken der realen Kategorialformen entspringt. Daher muß sie bei dem Gegenstande: m.-Funktion den realen, d. i. denjenigen Anteil vertreten, welcher in das Gebiet der endlichen Vorgebbarkeit hineinragt.[1])

[1]) Die Behauptung, daß die Zahl aus dem Gefüge der Funktion ph. g. nicht ausschaltbar ist, kann durch den Einwand nicht entkräftet werden, daß die Funktion in ganz allgemeiner Weise als Abbildung aufzufassen ist, welche an nicht weiter bestimmten Gegenständen vorgenommen werden, die also gar keine Zahlen zu sein brauchen, sondern z. B. selber wieder Funktionen sein können. Der philosophische Nachweis würde jedoch hier zu weit führen.

Die Zahl in der oben festgelegten allgemeinen Bedeutung ist daher ph. g. aus dem Gefüge des Gegenstandes Funktion nicht ausschaltbar. Denn da in der die mathematische Funktion anstiftenden Reflexion alle diejenigen Punkte in der Identität vereinigt werden, welche dem Gesetz der in der betreffenden m.-Funktion geschaffenen Abbildung gehorchen, und da jede Abbildung eine quantitative Ordnung, d. i. eine Ordnung sein muß, durch welche die abbildlich zugeordneten Punkte ihrer räumlichen, rein-anschaulichen Stellung nach bestimmt werden, so müssen diese „begrifflich", jeder in seiner Individualität erfaßt werden, wenn sie in den Zusammenhang des mathematischen Funktionsgesetzes einbegriffen werden sollen. Und diese begriffliche Erfassung der Punkte nach ihrem besonderen Quantum geschieht eben durch die Zahl.

Aus der vorliegenden Deutung der Zahl ergeben sich für deren Wesen die folgenden zwei philosophischen Bestimmungen: Erstens hat die Zahl als das Ergebnis einer begrifflichen Identitätsbildung zu gelten, durch welche die ihr zugeordneten Quanten vereinigt werden, ist also ein Begriff des homogen-quantitativen, rein-anschaulichen Bereiches anzusehen. Zweitens muß die Zahl als eine spontane Leistung des realen Formenbereiches angesehen werden. Nach der Art der in der Spontaneität dieses Bereiches gründenden Begriffe ist auch die Zahl von ihrem Gegenstand, der ihr in der reinen Anschauung als reines Quantum gegeben wird, derart eingenommen, daß sie allein und ohne Beziehung zur m.-Funktion diesen Gegenstand nicht in allgemeine Wesensbeziehungen einordnen kann, sondern sich lediglich in seine rein-anschaulich bestimmte Individualität zu versenken hat, um ihn so für die weitere Verarbeitung durch die idealen, dem Wesen gewidmeten Formen, deren spontanem Wirken die m.-Funktion entspringt, vorzubereiten. Diese Eigenschaft des in der Zahl zum Ausdruck kommenden theoretischen Begriffes, für sich genommen unfähig zur Anstiftung theoretischer Wesensbeziehungen zu sein, und nur gleichsam in dem ihm zugeordneten Gegenstande aufzugehen, bringt es mit sich, daß sie der Eigenschaft der übrigen theoretischen Begriffe, durch andere Begriffe definiert werden zu können, entbehrt. Niemals wird z. B. der Versuch gelingen, die Zahl 3 anders zu definieren, als durch Definientien, in welchen die 3 selber wieder in irgendeiner Form auftaucht.

Die spontan-aktive Tätigkeit der idealen Kategorie, der Kategorie des Wesens, erschafft das Gesetz der m.-Funktion, durch welches die in ihm einbegriffenen Punkte in notwendige Wesenszusammenhänge gestellt werden. Uebernimmt die reale Kategorie die aktiv-spontane Herrschaft gegenüber der idealen, so entsteht dadurch die Möglichkeit, daß ganz bestimmte, dem anschaulichen

„Konstruktionsbereich" angehörende Werte einer Funktion als Gegenstände gekennzeichnet werden, die dem von dieser Funktion angestifteten Zuordnungsgesetz unterstehen. Dieser kategoriale Fall liegt dann vor, wenn von der Variabeln der Gleichung $y = f(x)$ zu einem speziellen Wert übergegangen wird, was etwa geschrieben werden kann: $a = f(b)$. Aus dem allgemeinen Wesensgesetz der m.-Funktion wurde so eine Gleichung gewonnen, die für die bestimmten besonderen Zahlen a und b zutrifft. Besteht in dem kategorialen Falle der aktiven Spontantätigkeit der idealen Kategorie deren Leistung in dem Reflexionsurteil: $y = f(x)$, durch welches das allgemeine Gesetz der Zuordnung bewußt wird, so tritt im andern Falle, dem Falle der r e a l e n Aktivität, vor das ideale Gesetzesurteil das Gleichheitsurteil über bestimmte Zahlen als Ausdruck dafür, daß jetzt auf die einzelnen Werte (= Punkte) in ihrer Besonderheit reflektiert wird.

B. Das Unendliche.

Mit Hilfe der Unterscheidung zwischen den beiden kategorialen Bereichen, dem idealen und dem realen, läßt sich auch das Wesen des mathematischen Endlichkeits-, sowie des Unendlichkeitsbegriffes [1]) philosophisch deuten, wobei zugleich der zwischen ihnen herrschende Unterschied hervortritt.

Diesmal sei mit der Besprechung des Falles begonnen, in welchem sich die Kategorie des realen Gebietes als die aktiv wirkende Form erweist. Wir behaupten, daß dieser Fall dafür verantwortlich zu machen ist, daß die E n d l i c h k e i t der mathematischen Gegenstände im Bewußtsein konstituiert wird. Denn endlich zu sein, bedeutet ph. g. für einen Gegenstand, daß seine Elemente in Raum und Zeit konstruktiv in ihrer vollständigen Gesamtheit vorlegbar sind. Dabei spielt es selbstverständlich keine Rolle, ob diese konstruktive Erfassung des betreffenden endlichen Gegenstandes für uns wirklich durchführbar ist. Er kann z. B. so ausgedehnt sein, seine Konstruktion kann soviel Raum und Zeit in Anspruch nehmen, daß diese für uns Menschen, die wir nicht nur eine endliche, sondern sogar eine sehr begrenzt endliche Zeit zur Verfügung haben, unmöglich wäre.

Im Gegensatz zur Endlichkeit, die es immer auf eine besondere konstruktive Vorgabe eines betreffenden endlichen Gegenstandes abgesehen hat, wird bei der Unendlichkeit von der besonderen in

[1]) Wir halten uns in diesem Zusammenhang nicht an eine bestimmte axiomatische Definition dieser Begriffe, sondern greifen sie von ihrer Wirkung und Leistung her auf, die ihnen im Verlaufe der mathematischen Erkenntnis zu verdanken ist.

konstruktiver Vorgabe vollzogenen Vereinzelung abgesehen. Ist ein Gegenstand wahrhaft unendlich, so hat das für ihn zu bedeuten, daß ihm ein notwendiges Gesetz zugrunde liegt, von dem aus alle die in realer Anschaulichkeit und Konstruierbarkeit verlaufenden, somit endlichen Teile des Gegenstandes, ermöglicht und bestimmt werden. Dieses Gesetz übersteigt das Endliche, Einzelne. In ihm kommt die Ueber-Endlichkeit (= die wahre Unendlichkeit) zur Entfaltung. Und die Tatsache, daß es diesem Gesetz, welches die Ueber-Endlichkeit begründet, und das man daher ph. g. das „Unendlichkeitsgesetz" nennen kann, nur darum zu tun ist, notwendige Wesenszusammenhänge zwischen dem Endlich-Seienden zu stiften, schafft der Behauptung, daß es ermöglicht wird durch die spontane erschaffende Tätigkeit der idealen Kategorie, Berechtigung.

Das wahrhaft Unendliche unterscheidet sich von dem nur Endlosen, der „schlechten" Unendlichkeit (Hegel), durch die positive Haltung, die darin besteht, daß es den Schritt über alles Real-Endliche in das Gebiet des Ideal-Ueberendlichen hinüber vollzieht. Die in der Endlosigkeit liegende Bestimmung vermag einen Gegenstand nur negativ zu kennzeichnen, da von ihr lediglich diejenige Eigenschaft eines Gegenstandes herrühren kann, derzufolge er kein Ende besitzen darf. Der Begriff der Endlosigkeit bestimmt somit den Gegenstand nur nach der Art seiner konstruktiven Vorgegebenheit in der räumlichen Endlichkeit, da es nur im Bereich des Endlichen und der Konstruktion sinnvoll ist, zu sagen, ein gewisser Gegenstand habe ein Ende oder er habe kein Ende, er sei endlos. Somit bleibt die Bestimmung der Endlosigkeit wesentlich im Endlichen stehen.

Der Zusammenhang, welcher zwischen der idealen Kategorie und dem Ueberendlichen einerseits, der realen Form und dem Endlos-Endlichen andererseits besteht, läßt es klar werden, daß analog der gegenseitigen Wechselbezogenheit und Angewiesenheit beider, der idealen und der realen Form aufeinander auch eine gegenseitige Angewiesenheit zwischen den beiden Gegenstandsbestimmungen, dem Endlichen und dem Unendlichen, vorliegt. Das in der Ueberendlichkeit liegende Gesetz ist ebenso nur ein Gesetz über wesentlich endlichen konstruktiv erfaßbaren Gegenständlichkeiten, wie die in der Endlichkeit konstruierte Besonderheit des Gegenstandes nur als endliche anschauliche Repräsentation und Erfüllung des Unendlichkeitsgesetzes möglich ist.

Für das Verhältnis zwischen Ueberendlichkeit und Endlichkeit kann man daraus die Folge ableiten, daß die Endlosigkeit nur dann möglich ist, wenn sie zu gleicher Zeit in der Verbindung mit der Ueberendlichkeit auftritt. Denn damit die Reihe der endlichen Gegenstände die Bestimmung erfüllen kann, sich ohne Ende immer weiter

fortzusetzen, muß sie zugleich bestimmt werden von dem Gesetz, welches den Fortgang dieses: Undsoweiter vorschreibt. Da dieses Gesetz aber alle die endlichen in endloser Reihe vorgegebenen Gegenstände „transzendiert", so ist es identisch mit dem oben eingeführten Ueberendlichkeitsgesetz.

Weil das Endliche in der aktiv wirkenden Spontaneität der realen, das Unendliche in derjenigen der idealen Kategorie begründet ist, so müssen sich diese Begriffe, ganz entsprechend den sie konstituierenden Formen selber, einander „ergänzen", eine Ganzheit bilden, damit der Gegenstand selber in seiner Ganzheit erfaßt werden kann. Deshalb, weil ein mathematischer Gegenstand schon als Gegenstand immer von den beiden Formen, der idealen und der realen zugleich konstituiert sein muß, so kann er niemals nur endlich oder nur überendlich, sondern muß beides zugleich sein.

Wenn die endlichen den Gegenstand in seiner realen Konstruktion begründenden Bestimmungen nur möglich sind auf dem Grund des überendlichen Gesetzes, durch welches der Gegenstand bestimmt wird, so ist dieses Gesetz selber nicht anders möglich, als daß es die überendliche Wesensbestimmung real konstruierbarer Endlichkeiten darstellt, durch welche es seine Repräsentation in der realen Wirklichkeit findet. Von hier aus wird die Angewiesenheit der Endlosigkeit auf das Ueberendliche von neuem klar, da sie als Bestimmung von Gegenständen zu gelten hat, die in realer Endlichkeit vorgegeben sind und somit nur als die Repräsentation des Ueberendlichkeitsgesetzes möglich sein können. Die Endlosigkeit stellt, für sich allein genommen unselbständig, nur gleichsam eine bestimmte Seite an der Ueberendlichkeit dar. Sofern in dem Gesetz der Ueberendlichkeit nämlich die Forderung enthalten ist, es solle als das unendliche Wesensgesetz in der realen endlichen Wirklichkeit durch die Konstruktion der ihm unterstehenden Gegenstände repräsentierbar sein, so erhält es gleichzeitig den Grund der Bestimmung und Ermöglichung dafür, daß diese konstruktive Repräsentation in der Endlichkeit ohne Ende, endlos sein muß. Man kann daher in der Endlosigkeit die negative Seite am Ueberendlichkeitsgesetz, diejenige Seite, welche der Endlichkeit und der realen Konstruktion zugekehrt ist, erblicken.

Endlichkeit und Ueberendlichkeit sind, einzeln genommen, nur verschiedene Erscheinungsweisen eines und desselben Gegenstandes: Das eine Mal tritt die gegenständliche Erscheinung in der realen, das andere Mal in der idealen Anschauung auf. Beide Bestimmungen, die überendlich-ideale und die endlich-reale, vereinigen sich, um zusammen den Gegenstand in seiner Ganzheit konstituieren zu können. Die Frage, wie diese Vereinigung zwischen den idealen und den realen Elementen des Gegenstandes zu einer gegenständ-

lichen Ganzheit möglich ist, wird im letzten Kapitel in der anfangs angedeuteten Weise aufgenommen werden.

Die Tatsache, daß das Unendliche alle real konstruierbaren Gegebenheiten übersteigt, hat Hilbert einmal veranlaßt, es der Kantschen Idee gleichzusetzen (s. Hilbert [III.], S. 189).

Nach Kant ist die Erfahrung insofern auf das Wirken der Idee angewiesen, als diese die aus kategorialer Form und kategorialem Inhalt sich zusammensetzenden theoretischen Gebilde, die das Gebiet der theoretischen Erfahrung ausfüllen, so reguliert, daß sie sich trotz prinzipieller Unfertigkeit und Unvollständigkeit doch in einer ursprünglichen über der Erfahrung stehenden Einheit befinden. Nur dieser regulative Charakter, der sich aus dieser ersten und letzten ursprünglichen Einheit, der alle Erfahrung untersteht, ergibt, ist kennzeichnend für das Wirken der Idee. Es liegt daher noch keine Berechtigung vor, etwas, das sinnlich anschaulich nicht vorgegeben ist, schon als „Idee" anzusprechen. Daß nun das Unendliche in der Gestalt des mathematischen Unendlich mit Unrecht „Idee" genannt würde und daß daher ein strenger Unterschied zu machen ist zwischen den theoretisch-wissenschaftlichen Unendlichkeitsbegriffen und dem allem wissenschaftlichen Zugriff entrückten „Unendlich" der Idee, geht aus folgender Erwägung hervor:

Der mathematische Unendlichkeitsbegriff wird nach früheren Darlegungen durch die Leistung des Gesetzes, dem eine Menge, Folge oder Reihe ihrer einzelnen Elemente unterstellt, ermöglicht. Da nun ph. g. dieses die Existenz des mathematischen Unendlich verbürgende Gesetz als eine Ordnungsvorschrift für die Elemente eines mit dem Unendlichkeitsprädikat zu belegenden Gegenstandes (Folge, Reihe u. dergl.) zu gelten hat, kommt ihm die Eigenschaft zu, die für alle theoretische Begrifflichkeit kennzeichnend ist: Es vermag nur für einen theoretisch begrenzten Bereich (nämlich nur die mathematischen Elemente des bestimmten Gegenstandes) Geltung zu besitzen, schließt aber ausdrücklich alle diejenigen Gegenstände aus dem Bereiche seiner Gültigkeit aus, welche anderen Ordnungsbeziehungen zu gehorchen haben. Wegen dieser wesensmäßigen Beschränkung auf theoretisch abgegrenzte Bereiche gehört das erwähnte mathematische Gesetz und sein Unendlich dem Gebiete des kategorialen Erkennens und nicht demjenigen der Idee an, welche die Regelung aller Gegenstände und der sie betreffenden Begriffe und logischen Formen zu einer ursprünglichen, totalen und gerade alle die beschränkten theoretischen Bereiche überspannenden Einheit besorgt. Das in der Idee sich zeigende „Unendlich" ist daher kein Gegenstand des theoretischen Erkennens, sondern des bloßen Denkens, und daher verschieden von dem Unendlichen der Mathematik. Wie hier nicht näher gezeigt werden soll, hat dieses dem

Ideenbereiche entstammende Unendlich nicht als das Produkt „einer" bestimmten „Idee des Unendlichen" zu gelten, sondern bringt einen Wesenszug der Idee überhaupt zum Ausdruck. Darin liegt der Grund seiner Einmaligkeit. Demgegenüber hat die der Mathematik angehörende Unendlichkeit den Charakter eines Sammelbegriffes, in dem ihrerseits unendlich viele verschiedene Unendlichkeiten, nämlich die einzelnen Mächtigkeiten, vereinigt werden. Diese Mannigfaltigkeit der mathematischen Unendlichkeitsstufen ist eine unmittelbare Folge der schon oben gekennzeichneten theoretischen Prägung dieser mathematischen Unendlichkeit, deren Gültigkeit nur auf einen kategorial abgegrenzten Gegenstandsbereich eingeschränkt ist. Der Versuch, einen mathematischen Unendlichkeitsbegriff zu bilden, der, die äußere Eigenschaft der Idee annehmend, einmalig wäre und etwa die Unendlichkeit aller Unendlichkeiten (d. i. Mächtigkeit aller Mächtigkeiten) zu begreifen hätte, mußte zu den sog. Paradoxien der Mengenlehre führen. Er mußte deshalb scheitern, weil er die Tatsache mißachtete, daß jede in der Mathematik zum Gegenstande gemachte Unendlichkeit immer nur kategorial umgrenzte Bereiche zu umfassen vermag, deren Grenzen zwar immer weiter gesteckt werden (wie es bei dem Aufstieg in immer höhere Mächtigkeitsstufen geschieht), aber doch niemals gänzlich aufgehoben werden, wie es im Bereiche der Idee und der ihr zustehenden Unendlichkeit der Fall ist.

Man unterscheidet in der Mathematik zwei Arten des Unendlichen, das sog. potentielle und das aktuale Unendlich.

Wir haben eine Zahlenfolge vor uns, etwa die Folge der natürlichen Zahlen: $1, 2, 3, 4, \ldots\ldots n, n+1 \ldots$ Es werde die bekannte Zuordnung getroffen, durch welche jedem n ein n^2 zugeordnet wird, in Zeichen: $f(n) = n^2$. Das $f(n)$ wird beliebig groß, d. h. $f(n) > Q$, wenn $n > N(Q)$. Dieser Ausdrucksweise liegt die Vorstellung des Unendlichwerdens, des dem Unendlichen Entgegenschreitens zugrunde, weshalb man den hier auftretenden Unendlichkeitsbegriff denjenigen des potentiellen Unendlich zu nennen pflegt.

Um nun zu sehen, daß diese so bestimmte Folge die Prägung der wahren Unendlichkeit besitzt, und um diese Unendlichkeit an Hand dieses besonderen Beispieles philosophisch deuten zu können, ist danach zu fragen, an welchem Punkte ihrer mathematischen Bestimmung diese Unendlichkeit zutage tritt. Diese Bestimmung der Folge auf ihre Unendlichkeit hin lautet: Wie groß man auch ein Q angibt, immer noch sind „schließlich alle" Glieder der Folge größer als dieses Q, d. h. $f(n) > Q$ für alle n mit $n > N(Q)$.

Diese Bestimmung der Unendlichkeit unserer Folge scheint insofern vollständig im Gebiete des Endlichen zu bleiben, als in

ihr ph. g. immer nur von einer konstruktiven, real-anschaulichen Vorgebbarkeit der einzelnen Zahlen die Rede ist. Trotzdem bringt diese Bestimmung den für die wahre Unendlichkeit kennzeichnenden Ueberstieg über die konstruktiv vorgegebenen Endlichkeiten und die besonderen Elemente der Folge, die einzelnen Anzahlen zum Ausdruck. Denn wenn in ihr auch keine offene Rede von der Unendlichkeit anzutreffen ist, und wenn sie sich statt dessen immer nur auf die konstruktive Angebbarkeit endlicher Glieder bezieht, die nur einer gewissen Größenvorschrift gehorchen müssen, so folgt daraus ph. g. nicht, daß die dem mathematischen Gesetz der Folge untergeordneten Elemente notwendig auch nacheinander angegeben und ph. g. wirklich „konstruiert", also durch die reale Kategorie in jedem einzelnen Falle auch wirklich sinnlich realisiert sein müssen. Die in der genannten Bestimmung zum Ausdruck gebrachte Unendlichkeit wird vielmehr darin sichtbar, daß in ihr die *Möglichkeit* gefordert wird, immer noch *beliebig* viele Glieder der Folge angeben zu können, die eine beliebig groß vorgegebene Zahl an Größe zu übertreffen haben. Die in scheinbar rein endlicher Weise charakterisierte Folge wird durch die genannte Bestimmung einem Gesetz unterstellt, welches vorschreibt, daß es für jede möglicherweise vorgegebene Zahl noch beliebig viele größere Zahlen der Folge geben muß. Da dieses Gesetz aber wesentlich unabhängig von den ph. g. real vorgebbaren und in der Endlichkeit „konstruierbaren" Elementen der Folge besteht, so vermag es einen „Ueberstieg" über die Elemente in ihrer Vorgebbarkeit und realen Vereinzelung zu vollziehen, wie er für das wahrhaft Unendliche kennzeichnend ist. Das Gesetz der Folge hat die Prägung der Unendlichkeit. Daher ist die in der obigen „Unendlichkeitsdefinition" zu vermutende ausschließliche Beschränkung auf die konstruktive Endlichkeit nur scheinbar und die von ihr bestimmte Folge besitzt die Eigenschaft der wahren Unendlichkeit.

Da dieses der Unendlichkeit zugrunde liegende Gesetz selber unberührt bleibt von dem Werden, der Abfolge der real vorgegebenen Zahlen, und über dieser Wirklichkeit der besonderen Zahlen steht, da aber andererseits die in realer Endlichkeit konstruierten Anzahlen selber die Eigenschaft eines die Endlichkeit transzendierenden überendlichen Gesetzes annehmen, also niemals selber unendlich sein können, so ist es klar, daß die Bezeichnung „potentiell unendlich" nicht zu der Annahme verleiten darf, die Folge *werde* unendlich. Denn das Gesetz der Folge, welches deren Unendlichkeit begründet, *ist* unendlich, ganz im Gegensatz zu den in ihm einbegriffenen Elementen, in unserem Falle also der natürlichen Zahlen. Diese nämlich *werden*, sie werden immer größer, aber doch niemals unendlich.

Aus der Beachtung dieses Verhältnisses zwischen dem Sein des Unendlichkeitsgesetzes und dem Werden der in ihm einbegriffenen Elemente ist auch der Begriff des Grenzwertes, dem wir uns jetzt zuwenden, zu bestimmen.

Zum Zwecke dieser philosophischen Darlegung wenden wir uns an ein mathematisches Beispiel, etwa die Reihe: $\sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu}$ (Leibnizsche Reihe). Eine mathematische Eigenschaft dieser Reihe besteht darin, daß sie konvergiert, d. h. daß ihre Partialsummen einem bestimmten endlichen Wert zustreben. Nun stellt jede Reihe, auch die angeführte, ein mathematisches Zuordnungsgesetz dar. Dieses Gesetz ordnet in diesem Falle jedem ν einen bestimmten Summenwert zu. Um zum Ausdruck zu bringen, daß die Reihe gegen einen Grenzwert konvergiert, drückt sich bekanntlich der Mathematiker so aus: Läßt man die ν über alle Grenzen wachsen, so strebt die Reihe gegen einen Grenzwert. In der arithmetischen Sprache bedeutet das: Für jede noch so klein gewählte Zahl $\varepsilon > o$ gibt es ein $N(\varepsilon)$ derart, daß jede Differenz: $\left| \sum_{\nu=0}^{\nu=m} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu} - \sum_{\nu=0}^{\nu=n} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu} \right| < \varepsilon$ wenn nur: $n > N(\varepsilon)$ und $m > N(\varepsilon)$.

Dieser mathematische Sachverhalt kann auf die Ausführung der philosophischen Deutung des Gegenstandes Reihe einen Hinweis geben. Daß dieser Gegenstand dadurch gekennzeichnet ist, ein Gesetz der Zuordnung zu sein, weist auf die philosophische Tatsache hin, daß für die Konstitution dieses Gegenstandes die spontane Tätigkeit der idealen Kategorie verantwortlich ist. Weil die Reihe ein Gesetz darstellt, vermag sie die endlose Folge aller Summenwerte und aller Summendifferenzen — für letztere ist im Falle der Konvergenz sicher, daß sie von einer gewissen Stelle an schließlich alle kleiner werden, als jede noch so klein vorgegebene Zahl — zu bestimmen. Die Reihe vermag als ein von der idealen Kategorie spontan erzeugtes Gesetz die einzelnen konstruierbaren und in der Endlichkeit vorgebbaren Summenwerte zu übersteigen und ist fähig, den Charakter und die Struktur der Unendlichkeit anzunehmen. Sie kann daher auch in mathematische Gedankengänge einbezogen werden, die in einer philosophischen Interpretation zu bezeichnen sind als überendliche, von der idealen Form angestiftete begriffliche Leistungen. Als eine solche Leistung ist der mathematische Grenzübergang aufzufassen.

Das System der einzelnen ν stellt eine unendliche Folge dar, so daß die einzelnen Elemente dieser Folge sich in endlosem Ablauf aneinanderreihen. Da jedem ν ein Summenwert durch das Gesetz der Reihe zugeordnet ist, so ist auch die Folge der den einzelnen ν entsprechenden Summenwerte der Reihe unendlich und die nebeneinander bzw. nacheinander in realer Endlichkeit konstruierten Elemente dieser Folge endlos. Wird ph. g. in der „Reihenfunktion" $\sigma = f(\nu)$ nun auf der Seite der Argumente: ν nicht mehr auf die wirkliche Konstruktion und Vorgegebenheit der einzelnen ν reflektiert, sondern kommt eine Reflexion zustande, in welcher die reine Möglichkeit ihres endlosen Anwachsens zum Ausdruck kommt, und durch welche der Ueberstieg über das endliche Besondere zum allgemeinen Gesetz vollzogen wird (m. g.: läßt man die ν unbegrenzt wachsen), so geschieht dementsprechend auch auf der Seite der Summenwerte der Reihe ein Ueberstieg zu einer Größe, die aus der Folge ihrer sie approximierenden Summenwerte herausgehoben ist, nämlich zum Grenzwert.

Die einzelnen Approximationswerte stehen ph. g. untereinander in der philosophischen Beziehung der homogenen Aehnlichkeit. Sie sind nicht qualitativ, sondern nur ihrem quantitativen Gehalt nach voneinander verschieden (der eine Wert liegt näher an dem Grenzwert oder weiter von ihm entfernt als der andere). Der Grenzwert selber wird dagegen ph. g. von dem Bildungsgesetz der Reihe zu demjenigen Wert bestimmt, welcher auch im qualitativen Sinne von den andern ihn approximierenden Summenwerten der Reihe unterschieden ist, da seine Existenz dem begrifflich „qualitativen" Ueberstieg, der über die einzelnen endlichen ν hinaus zur Ueberendlichkeit führt, zu verdanken ist. Das Gesetz der Reihe, welches diesen Ueberstieg zur Ueberendlichkeit ermöglicht, trifft den Unterschied, welcher zwischen den endlichen Summenwerten untereinander besteht, im quantitativen Sinne. Soll es aber den Unterschied zwischen Grenzwert und Summenwerten begründen, so nimmt sie diesen ph. g. nicht nur im quantitativen, sondern auch in den eben bezeichneten „qualitativen" Sinne. Da das Gesetz der Reihe ph. g. von der idealen Kategorie erschaffen wird, so muß es auch der Ausdruck einer idealen Reflexion, einer Reflexion des Wesens sein. Nun ist das Bildungsgesetz der Reihe ph. g. als m.-Funktion, d. h. als Paarmenge [1]) aufzufassen. Für die philosophische Deutung dieser mathematischen Gleichsetzung zwischen Funktion und Paarmenge ergibt sich: Da ph. g. die m.-Funktion die ihr angehörenden Werte gesetzmäßig zu ordnen hat, muß sie diese Werte in einer reflexiven Identität zusammneschließen. Im besonderen Falle hat

1) S. diesen Begriff in Anm. III. des Anhangs.

sie infolgedessen auch eine Vereinigung folgender Dinge zu leisten: der Menge der einzelnen Summenwerte einer Reihe einerseits mit dem Grenzwert andererseits. Beide, der Grenzwert und die Summenwerte, werden demnach in der gleichen Weise durch das Gesetz der Reihe unter einer reflexiven Identität vereinigt, wie sie von ihm gegenseitig abgesondert werden. Die von dem Gesetz durchgeführte Vereinigung beider Dinge ermöglicht es, daß beide, Grenzwert und Summenwerte, als „ähnlich“ [1]) zu bezeichnen sind. Da aus der Vereinigung beider Dinge im Gesetz der Reihe ihre gemeinsame Erzeugtheit durch dieses Gesetz folgt, so ist ph. g. die Ermöglichung eines kontinuierlichen Ueberganges der Summenwerte zum Grenzwert gegeben: Beide sind zueinander homogon.

Weil die Reihe auf Grund des sie beherrschenden, von der idealen Form erzeugten Zuordnungsgesetzes die Eigenschaft der wahren Unendlichkeit hat, hat sie gleichsam dafür eine Antwort, daß an ihr der Prozeß des Grenzüberganges vorgenommen wird, daß mit ihr also ph. g. der Ueberstieg zum Unendlichen vorgenommen wird: sie erzeugt den Grenzwert. Dem Gesetz, welches die Unendlichkeit der Folge der einzelnen ν ermöglicht, stellt sich das Gesetz der Reihe (ph. g.) entgegen als eine auf gleicher Stufe, nämlich derjenigen der Unendlichkeit, stehende Reflexion. Aus diesem Grunde vermögen sich beide Gesetze, dasjenige der Reihe sowie dasjenige, auf welchem der Unendlichkeitsprozeß der Folge der einzelnen ν beruht, gegenseitig zu bestimmen. Diese gegenseitige Bestimmung der beiden Gesetze wird in der hypothetischen Ausdrucksweise ersichtlich: W e n n die ν über alle Grenzen wachsen, wenn also ph. g. die einzelnen ν durch das Gesetz der Unendlichkeit überstiegen werden, d a n n trifft das Gesetz der Reihe die Bestimmung, daß in diesem Falle der Summenwert der Reihe gleich dem Grenzwert sein soll.

Der diesem Unendlichkeitsbegriff an die Seite tretende zweite Begriff der Unendlichkeit ist derjenige des Aktual-Unendlichen.

Das Unendliche in der Gestalt des Aktual-Unendlichen wird untersucht in der Theorie der transfiniten Mengen. Man versteht m. g. unter einer transfiniten Menge eine solche, die auf eine echte Teilmenge umkehrbar eindeutig abgebildet werden kann.

Als endlich kann man ph. g. dasjenige bezeichnen, dessen vollständige Gegenständlichkeit in der realen Anschauung angegeben werden kann. Die Eigenschaft der endlichen in Raum und Zeit vollständig angebbaren Ganzheiten ist es, ph. g., größer zu sein als jeder ihrer Teile. Denn in der realen Endlichkeit besteht das Ganze aus der Summe der real-anschaulich vereinzelten, nebeneinander liegen-

1) Vgl. zu dem Begriff „Aehnlichkeit“ Anm. II. des Anhangs.

den Teile. Diejenigen Ganzheiten, bei denen diese Größenbeziehung nicht mehr gilt, können als solche nicht mehr in demselben Sinne real-anschaubar sein, sie sind unendlich.

Das Wesen auch dieses Unendlichkeitsbegriffes liegt ph. g. in dem mathematischen Gesetz der Zuordnung, welche schon in der mathematischen Definition der unendlichen Menge zum Ausdruck gebracht ist. Ebenso wie bei der philosophischen Deutung der unendlichen Folge oder der unendlichen Reihe, so muß man auch bei der Menge zwei Teile unterscheiden, die zusammen erst die Ganzheit des Gegenstandes: Menge ermöglichen. Und zwar besteht ph. g. der eine, der endliche Teil, aus den einzelnen Elementen der Menge, die in konstruktiver Realität vorgegeben werden können. Der andere Teil dagegen wird vertreten durch das transfinite Gesetz, welches die einzelnen endlichen Elemente in ihrer konstruktiven Wirklichkeit übersteigt und unter sie eine notwendige Ordnung bringt. Auch hier bei der Menge ist jedesmal die Konstitution eines Teiles der gegenständlichen Ganzheit der Menge einem bestimmten kategorialen Bereich zuzuschreiben. So ist der endliche konstruktive Teil der Menge im Bereich der realen, der transfinite Teil dagegen im Bereich der idealen Kategorie begründet. Durch die Spontaneität der idealen Kategorie wird das die Ueberendlichkeit einer transfiniten Menge begründende Gesetz erzeugt. Dadurch, daß die reale Kategorie im Verlaufe der kategorialen Auseinandersetzung die spontane Aktivität der idealen Form abzulösen bereit ist, wird ein wirkliches Vorgeben der einzelnen Elemente der Menge ermöglicht. Im Falle des potentiellen Unendlich geschieht die real-anschauliche Konstruktion der einzelnen Elemente eines unendlichen Gegenstandes vom Zusammenhang des Werdens, der Bewegung her. Das die potentielle Unendlichkeit begründende Gesetz, das potentielle „Unendlichkeitsgesetz" ordnet die ihm unterstehenden und die ph. g. auf Grund der spontanen Aktivität der realen Kategorie konstruierbaren Elemente nicht nur ihrem räumlichen Nebeneinander, sondern dem Nacheinander ihrer zeitlichen Abfolge nach. Das Unendlichkeitsgesetz der unendlichen Menge dagegen, also eines aktual-unendlichen Bereiches, hat nur eine Ordnung zwischen Elementen, die zu gleicher Zeit nebeneinander bestehen. Die unendliche Menge setzt das fertige Dasein ihrer Elemente voraus, die in dem Falle, in welchem sich die reale Kategorie als aktiv erweist, konstruiert, d. i. in ihrem realen Dasein aufgesucht werden. Die Elemente werden hier als koexistierend vorgestellt, weshalb ph. g. die formallogische Beziehung des Ganzen zum Teil herrschend ist.

Die Tatsache, daß die Menge wesentlich ein aus Teilen zusammengesetztes f o r m a l e s (im Unterschied zu der in der kategorialen Darlegung eingeführten „metaphysischen" Ganzheit) Ganzes

ist, findet in den Begriffsbildungen, die zu den bekannten Antinomien der Mengenlehre führen, keine Beachtung. Wenn man etwa den Begriff einer Menge bildet, die alle überhaupt vorkommenden Mengen enthalten soll, so stellt diese Menge ph. g. ein absolutes Sein dar, eine jeder kategorialen Reflexion und jeder Teilung unzugängliche Einheit, welche nicht aus Vielheiten zusammengesetzt sein kann, und in sich und durch sich existieren müßte, also selbst niemals Erkenntnisgegenstand sein könnte. Da jede theoretische Reflexion über die Menge aber, wie sie in der Mengenlehre betrieben wird, deren gegenständliches Gepräge voraussetzen muß, entsteht der Widerspruch, als dessen mathematischer Ausdruck die diesem Mengenbegriffe anhaftende sog. Paradoxie anzusehen ist.

Die Beziehung, welche zwischen dem Ganzen und seinem Teile herrscht, ist ph. g. formal-logischer Natur. In ihr geschieht die formale Verbildlichung des kategorialen Begriffes vom Wesen und den diesem beigeordneten kategorialen Verhältnissen. Die Wesensidentität hat als Ganzes zu erscheinen, welches als bestehend aus den einzelnen Teilen, nämlich seinen notwendigen Wesensbestimmungen existiert.

Bei der philosophischen Deutung des Gegenstandes Menge und der Ganzheit dieses Gegenstandes hat man wieder zwei verschiedene Gegebenheits- und Erscheinungsweisen, die ihm eigen sind, zu unterscheiden, nämlich seine ideale und seine reale Erscheinung. Durch die spontane Aktivität der idealen Kategorie wird das Gesetz der Menge, durch welches deren Unendlichkeit möglich wird, geschaffen. In diesem Falle wird der Gegenstand Menge im idealanschaulichen Sinne zur Erscheinung gebracht. Das sie beherrschende Gesetz tritt ins Bewußtsein. Durch die spontane Wirkung der realen Kategorialform dagegen, welche die ideale Form abzulösen hat, wird die ideale Erscheinung der Menge in das reale Gebiet übersetzt, die Menge wird von der Seite ihrer in der konstruktiven Endlichkeit vorzugebenden Elemente vom Bewußtsein erfaßt. Hier im realen Bereiche ist die transfinite Menge konstruktiv aus real-anschaulichen Elementen, wie Zahlen, Punkten und dergleichen aufgebaut.

Die unendliche Menge kann prinzipiell nicht in ihrer transfiniten Ganzheit von ihrem realen „Parallelgegenstand", der Menge der nur endlos vielen Elemente, erreicht werden. Wenn man sagt, daß in dem real-anschaulich bestimmten Bereiche der Endlichkeit ph. g. nur Teile des Gegenstandes Menge vorgegeben werden können, so gebraucht man in diesem Falle den Begriff des Teiles in einem ganz bestimmten Sinne. Man wird ihn den Begriff des uneigentlichen Teiles nennen. Denn der von diesem Begriff bezeichnete Teil

wird von einer endlichen, d. i. in der realen Endlichkeit vollständig angebbaren Menge vertreten, die als Teil einer transfiniten, nicht in solch endlicher Weise vollständig „konstruierbaren" Menge zu gelten hat. Man wird diesen Teil daher unterscheiden von dem eigentlichen Teile, den man dahin bestimmen wird, daß er ebenso wie das Ganze, dem er angehört, vom transfiniten Gesetz bestimmt wird, und daher das Wesen seiner Ganzheit abbildlich wiedergibt und, als ebenfalls transfinite Menge, selber die Prägung der idealen Gegenständlichkeit besitzt. So hat von hier aus gesehen z. B. die Menge der geraden Zahlen als eine eigentliche Teilmenge der natürlichen Zahlen zu gelten, während eine im Endlichen verlaufende Teildarstellung von G (G = Menge der nat. Zahlen), etwa die ersten 1000 Zahlen, als ein uneigentlicher Teil zu bezeichnen ist.

Die kleinste[1]) transfinite Menge ist diejenige der natürlichen Zahlen. Sie ist transfinit, weil sie ein-eindeutig auf eine echte Teilmenge abgebildet werden kann, etwa indem man jedem n sein Doppeltes: 2 n zuordnet.

Aus der Tatsache, daß jedes Element der Menge in der realen Wirklichkeit angegeben werden kann, daß also die Elemente der Menge gemäß dem sie in ihrer individuellen Besonderheit bestimmenden Mengengesetz ph. g. „konstruiert" werden können, wird die Existenz der Ordnungszahlen ermöglicht.

Für die Menge G läßt sich die Folge der Ordnungszahlen so angeben: $1, 2, 3, \ldots\ldots \omega$. Hiermit ist die reale Darstellung der einzelnen der Menge G angehörenden Ordnungszahlen einschließlich des transfiniten Elementes ω symbolisiert. In den angewandten Zeichen dieser Darstellung soll zugleich ausgedrückt werden, daß ein transfiniter Sprung, ein Ueberstieg über die endlos-endlichen Zahlen zu der transfiniten O.-Zahl ω stattfindet, der auch dann bestehen bleiben würde, wenn man die Endlosigkeit der Zeit und des Raumes voll zur Konstruktion der einzelnen O.-Zahlen ausnützen könnte, um den Versuch zu machen, sie etwa in ihrer „Gesamtheit" darstellen zu wollen. Die oben angeführte symbolische Darstellung der transfiniten Menge G aber bringt auch gleichzeitig zum Ausdruck, daß die transfinite O.-Zahl ω ph. g. im gleichen „Raume" mathematisch konstruierbar ist, wie die endlichen ihr vorhergehenden Zahlen auch.[1]) Diese Realisierung des ω in der „Endlichkeit" ist aber ph. g. nur dadurch möglich, daß es gleich den endlichen Zahlen als spezielles Element unter all den Elementen zu gelten hat, die dem transfiniten Gesetz der Menge G als deren

---

1) Das ist sozusagen die „erste" Menge, zu der man bei dem Aufstieg in die Stufen der transfiniten Mächtigkeiten gelangt.

1) S. Anm. IV. des Anhangs.

Elemente unterstehen. Und zwar ist das ω von diesem Gesetz als dasjenige Element bestimmt, welches auf alle die endlichen Elemente zu folgen hat. In derselben Weise, in der das ω durch das transfinite Gesetz von den endlichen Elementen unterschieden wird, wird es von ihm mit diesen gemeinsam unter einer Identität vereinigt. Das ω wird dadurch mit den endlichen Größen in die Beziehung der homogenen „Aehnlichkeit" gebracht, daß es durch seine ph. g. real-konstruktive Vorgabe gleichsam unter dem Zwang des transfiniten Gesetzes in die endlose Endlichkeit hineingezogen wird.

Dieser transfinite Sachverhalt zeigt eine Analogie mit den am Grenzwert beobachteten Verhältnissen. Von hier aus ist es auch daher philosophisch zu erklären, weshalb Zahlen von der Eigenschaft des ω m. g. Limeszahlen heißen.

Durch immer neue Anwendung der „Unendlichkeitsreflexion" (d. i. ph. g. diejenige Reflexion, durch welche die Existenz der die Unendlichkeit zum Ausdruck bringenden mathematischen „Gegenstände", wie m.-Funktion, Mengengesetz, Reihengesetz u. dergl. begründet wird) auf die „erste" Reflexion lassen sich die beliebig vielen mathematischen „Unendlichkeitsstufen", die Mächtigkeiten aufbauen (vgl. den Begriff der „Ueberbauung" bei O. Becker, l. c., S. 786 f.). Eine höhere Mächtigkeit als diejenige der Menge der nat. Zahlen ist diejenige der Menge der reellen Zahlen oder des Kontinuums. Da der transfinite Charakter der Menge der nat. Zahlen durch das über den einzelnen Elementen stehende transfinite Gesetz verbürgt wird, welches ph. g. der Tätigkeit der idealen Reflexion entspringt, muß auf einer idealen Reflexionsstufe, in der eine höhere mathematische Mächtigkeit als diejenige der Menge der nat. Zahlen zustandekommt, eine identische Vereinigung solcher Reflexionselemente (ph. g.) geschehen, die selbst schon transfinite Prägung besitzen, also der Tätigkeit einer „Unendlichkeitsreflexion" zu verdanken sind. In dem vorliegenden Falle, wo es sich um den Uebergang von der Mächtigkeitsstufe der Menge der nat. Zahlen (= a) zu derjenigen der Menge der reellen Zahlen handelt, müssen ph. g. die „Elemente", welche in der auf die Reflexions- bzw. Unendlichkeitsstufe der Mächtigkeit a folgenden nächsthöheren reflexiven Identität vereinigt werden, Produkte derjenigen reflexiven Identität sein, von welcher die Mächtigkeitsstufe a erreicht wurde.

Da nun ph. g. der gleichen ideal-reflexiven Identität, von welcher die Menge erzeugt wird, auch die m.-Funktion zu verdanken ist, so muß einem nathematischen Mächtigkeitsaufbau auf der Seite der Mengen auch auf der Seite der Funktionen ein entsprechender, durch immer neue Anwendung der Reflexion entstandener Aufbau einhergehen. M. g. läßt sich wirklich ein Stufenaufbau der m.-Funktionen in beliebiger Höhe dadurch herstellen, daß man Funktionen als

Argumente neuer Funktionen einsetzt, diese letzteren ihrerseits in der gleichen Weise behandelt u. s. f. Durch unbegrenzte Anwendung dieser m.-funktionalen Einsetzungen lassen sich so Funktionsstufen beliebiger Höhe erzeugen, die jeweils ph. g. ein- und derselben Reflexion zu verdanken sind, durch welche die entsprechenden Mächtigkeitsstufen der Mengen erzeugt wurden. Hierin liegt die philosophische Erklärung dafür, daß auch m. g. eine Zuordnung zwischen den Funktionsstufen und den Mächtigkeitsstufen der Mengen möglich ist.[1])

---

1) Mathematische Bedeutung findet die mathematische Zuordnung zwischen den „Funktionsstufen" einerseits und den Mächtigkeitsstufen der Mengen andererseits in der Hilbertschen Lösung des Kontinuumproblems. (Hilbert III., l. c.)

III. Kapitel.

Die Darstellung des Formalismus und des Intuitionismus ihrem philosophischen Gehalte nach.

1. Der Formalismus.

Bevor wir die Frage, die sich mit den Bedingungen der Ganzheit des Gegenstandes beschäftigt, aufnehmen, seien vom philosophischen Standpunkt aus die beiden wichtigsten Anschauungen besprochen, welche diese Frage von der Seite der Mathematik aus für die mathematischen Gegenstände zu lösen suchen. Zu diesem Zwecke seien jetzt einige Andeutungen vorausgeschickt, welche die Gründe begreiflich machen sollen, durch welche die positive Wissenschaft selber zu einer Erforschung ihrer eigenen Grundlagen gezwungen wurde.

Seitdem in die Mathematik der Funktionsbegriff und die mit ihm verwandten Begriffe eingeführt wurden, war dem Forscher die Möglichkeit eröffnet, durch begriffliche Reflexion das Wesen der Gegenstände zu erfassen. Man lernte von da ab immer mehr, streng zu unterscheiden zwischen dem „Unmittelbar-Anschaulichen", dem auf einfache Weise Konstruierbaren einerseits und der reinen mathematischen „Begrifflichkeit" andererseits, die zwar in der „unmittelbaren Anschauung" eine Deutung erfahren kann, aber auf die Ausführung dieser Deutung nicht notwendig angewiesen ist. Somit trat in der Forschung immer mehr dasjenige Kategoriengebiet in den Vordergrund, das eben als das ideale Gebiet des Wesens bezeichnet wurde.

Diese Möglichkeit aber, das Wesen der Gegenstände ph. g. durch begriffliche Reflexion erfassen zu können, konnte besonders in einem Gebiete der Mathematik, der Mengenlehre, zur Ansicht verleiten, der menschliche Verstand könne durch genügend weit getriebene Reflexion dahin kommen, durch einen einzigen begrifflichen Akt das ganze Sein und Wesen der mathematischen Gegenstände erfassen zu können, ähnlich einem göttlichen Verstande. Die sog. Paradoxien der Mengenlehre waren die unerwünschten Folgen einer solchen irrigen Auffassung vom Wesen des theoretischen Er-

kennens. Dadurch, daß man glaubte, Begriffen, wie z. B. dem Begriffe der Menge aller Mengen u. dergl., Existenz zuschreiben zu dürfen, verließ man das Reich der wahren Wesensreflexion. Denn solche Begriffe weisen in ein absolutes Gebiet hinüber, in dem jede theoretische Gegenständlichkeit, jede Möglichkeit und Notwendigkeit und damit auch alles Wesen aufgehoben ist.

Durch das Auftreten der Paradoxien wurde nun die Wissenschaft selber herausgefordert, das Reich der Gegenstandsmöglichkeit und -wirklichkeit theoretisch gegenüber jedem Bereich abzugrenzen, in dem es kein Wesen und keine theoretische Existenz gibt. Damit war für die Grundlagenforschung die Aufgabe gestellt. Sie besteht darin, den Existenzbereich der mathematischen Gegenstände zu kennzeichnen. Diese Kennzeichnung muß durch die Aufstellung theoretischer Regeln und Prinzipien geschehen, denen der Gegenstand unterworfen sein muß, wenn er theoretischer Gegenstand heißen und damit Existenz besitzen soll. Dabei wird der Begriff der „Existenz" jeweils in verschiedenem Sinne genommen, je nach dem Standpunkte, von dem aus die Erforschung der „Existenz"-bedingungen des Gegenstandes unternommen wird.

Die Lösung der so sich ergebenden Existenzfrage ist ph. g. im wesentlichen von zwei weltanschaulichen Seiten her in Angriff genommen worden: vom Formalismus und vom Intuitionismus. Wenn wir diese beiden Richtungen im Folgenden ihrem philosophischen Gehalte nach kurz schildern und dabei auch den Versuch unternehmen, sie auf ihre philosophische Haltbarkeit hin einer kritischen Prüfung zu unterziehen, so sei darauf hingewiesen, daß sich diese Prüfung nur mit den philosophischen Voraussetzungen und Folgerungen dieser beiden Richtungen zu befassen hat, aber kein Urteil enthält über die rein mathematische Fruchtbarkeit dieser Anschauungen und den mathematischen Gehalt, welcher den von ihnen aufgestellten Sätzen zugrundeliegt.

Bei der jetzt folgenden Darstellung des Hilbertschen Formalismus werden wir zwei Seiten dieser Lehre unterscheiden: Die idealistische einerseits und die rein formalistische andererseits.

Eine Theorie verdient dann, idealistisch zu heißen, wenn ihr, sei es auch unbewußt, die philosophische Ueberzeugung zugrundeliegt, daß die Idee bzw. der theoretische Begriff nicht abhängig und bedingt ist von dem Wirklich-Seienden und von diesem gestaltet wird, sondern daß im Gegenteil der Begriff dem Seienden gegenüber fordernd aufzutreten und es von sich aus in dessen theoretiszer Existenz zu bestimmen hat. Daß der Formalismus Hilberts in dieser idealistischen Ueberzeugung seinen Anfang nimmt, haben wir jetzt zu zeigen.

Nach Hilbert besteht die Existenz eines mathematischen Gegenstandes darin, daß sich dieser widerspruchsfrei in das System der übrigen existenten Gegenstände einbauen läßt. Die gegenständliche Existenz wird durch diese Bestimmung also von Eigenschaften, die nur logischen Begriffen zukommen, abhängig gemacht. Widerspruch und Widerspruchslosigkeit sind Aeußerungen des spezifisch logischen Gehaltes am Begriffe, also desjenigen begrifflichen Bestandteiles, welcher aus dem Bereich des Möglichen, des rein Logischen herstammt und nicht im Wirklich-Anschaulichen gründet. Der rein logische Gehalt am Begriffe allein ermöglicht also in dieser Ansicht die Existenz oder Nichtexistenz eines Gegenstandes.

Dadurch aber macht sich das Erkennen von der mathematischen Wirklichkeit nicht nur unabhängig, sondern bildet die Wirklichkeit nach seinen Gesetzen und stellt an sie seine Forderungen. Wenn es für Hilbert auch nicht ausdrücklich feststeht, daß das philosophische Zugeständnis einer Beherrschung der Wirklichkeit durch die Form des logischen Verstandes gleichbedeutend ist mit der Auffassung, diese Form enthalte die Macht, die Gegenstände zu erzeugen, so ist es zum mindesten in seinem Sinne, zu sagen: Nur diejenigen theoretischen Bereiche gehen uns für die Existenzforschung etwas an, in welchen die logischen Formen die Gegenstände, von denen sie gelten, nach den ihnen innewohnenden Gesetzen formen und bestimmen. Hilbert gibt derjenigen gegenständlichen Welt, in welcher diese idealistische Forderung der Wirklichkeitsbeherrschung durch die logische Form gilt, die Bezeichnung einer „idealen" Bereiches.[1]) (Der Sinn dieses Begriffes „ideal" deckt sich nicht mit demjenigen, der unserem oben eingeführten gleichnamigen Begriffe eigen ist.) Wenn in dieser Auffassung eine „ideale" Wirklichkeit, d. i. eine Wirklichkeit, welche der Verstand nach seinem Ideal bildet, geschieden wird von einer andern Wirklichkeit, in der der Verstand vielleicht nicht diese Macht der Wirklichkeitsbeherrschung hat, und beide Wirklichkeiten als nebeneinander existierend zugelassen werden, so ist das philosophisch anfechtbar. Da es uns hier aber nur um die philosophische Grundabsicht Hilberts zu tun ist, sei es hier unterlassen, dem Grund dieser Schwierigkeit nachzugehen.

Alle die logischen Regeln und Formen, wie sie aus der Aristotelesschen Logik bekannt sind, haben sich demnach nicht erst vor der Wirklichkeit zu bewähren, um gültig sein zu können, sondern sie gelten, weil sie untereinander widerspruchsfrei sind, ganz unabhängig von jeder Wirklichkeit, ja, sie bestimmen sogar die Wirklichkeit und tragen an sie ihre „idealen" Forderungen heran.

---

1) s. Hilbert [III.], l. c., S. 174.

Die in diesen Ansichten Hilberts zum Ausdruck kommende idealistische Haltung zeigt sich vor allem auch in der Behandlung des Unendlichen, also desjenigen Bereiches, als dessen spontane Kategorialform — um mit unseren Begriffen zu reden — wir die ideale Kategorie erkannt haben.

Wenn, wie sich noch herausstellen wird, vom intuitionistischen Standpunkt aus der Satz des tertium non datur für unendliche Bereiche seine unbeschränkte Gültigkeit verliert, weil in diesen Bereichen jede konstruktiv durchgeführte Nachprüfung, ob sie diesem Satz vollständig gehorchen oder nicht, unmöglich ist, so hat nach Hilbert der Verstand die Macht, sich einen derartigen „idealen“[1]) Existenzbereich zu bilden, welchem er seine Gesetze, also auch das Gesetz des tertium non datur aufprägen kann. Genau wie in der Algebra sog. „ideale“ Elemente geschaffen werden, an welche der Algebraiker von vornherein die Forderung stellt, sie sollen bestimmte mathematische Eigenschaften besitzen, so ist der ganze Bereich der mathematisch-existenten Gegenstände als ein „idealer“ Bereich anzusehen, welcher unabhängig von einer gegebenen Wirklichkeit als eine Schöpfung des Verstandes und seiner Formen zu gelten hat und daher von diesen bestimmt und beherrscht wird.

Da sich der Verstand seine „ideale“ Wirklichkeit bildet, so birgt er in sich die Gesetze und Bestimmungen, welchen die Gegenstände und ihre Eigenschaften unterliegen. So ist z. B. das Kriterium für die Transfinitheit eines Bereiches in der Tatsache zu suchen, daß für die Existenzbegründung dieses Bereiches durch Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Satz vom tertium non datur notwendig ist. Daher könnte man z. B. die transfiniten Bereiche m. g. (formalistisch) als diejenigen kennzeichnen, in denen bei der Beweisführung der Drittensatz unentbehrlich ist. (Beispiel: Existenzbeweis mit Hilfe des Drittensatzes [Annahme der Nichtexistenz führt zum Widerspruch].)

Als eine Folge der Forderung, daß nur diejenigen Gegenstände als existent zugelassen werden sollen, welche den axiomatischen Formen genügen und dem „idealen“ Gegenstandsgebiet angehören, ist die positive Beantwortung des Problems der allgemeinen Lösbarkeit jeder mathematischen Frage anzusehen: Jedes Problem, so behauptet Hilbert (s. Hilbert [III.], S. 180 f.), ist in endlich vielen Denkschriften lösbar.[1]) Wenn diese bejahte Möglichkeit der Lösung nämlich nicht vorläge, dann hätte man es in diesem Falle

1) Wird die Bezeichnung ideal im Hilbertschen Sinne gebraucht, so ist das jedesmal durch Anführungszeichen angemerkt.

1) s. Anm. V. des Anhangs.

eben — so muß der Formalist konsequent folgern — mit keinem Problem zu tun. Man hätte keine Frage vor sich, die gestellt wurde in einem Bereich, für den von vornherein vorausgesetzt wird, daß er bestimmt wird vom Verstande, der in ihm seine „idealen" Forderungen verwirklicht, d. h. ihm die Gültigkeit seiner logischen Regeln und Gesetze aufzwingt. So wird die Frage, um deren Lösbarkeit es sich in dem Lösbarkeitsproblem handelt, selber erst dadurch existent und theoretisch sinnvoll, daß sie ihrerseits auf der Forderung, die in ihr erfragten Gegenstände sollen jenem idealen Gebiet angehören, gründet. Sie muß die Beherrschung der Gegenstände durch den Verstand und seine logischen Regeln voraussetzen, insbesondere auch die Gültigkeit des Satzes vom tertium non datur. Daraus läßt sich erklären, daß für den idealisierenden Formalisten jedes Problem schon als Problem als lösbar angesehen werden muß. Für jede Frage muß es von vornherein bestimmt sein, daß ihre Lösbarkeit oder Unlösbarkeit deduziert werden kann. (Daß die Gültigkeit des Drittensatzes zusammenbesteht mit der Entscheidbarkeit, läßt sich einsehen, wenn man bedenkt, daß das erwähnte Problem der Lösbarkeit so formuliert werden kann: Ist es möglich, aus der Annahme der Lösbarkeit bzw. Unlösbarkeit jedes Problems in endlich vielen Schritten einen Widerspruch herzuleiten? So muß gelten: Entweder kann aus der Annahme der Lösbarkeit oder aber aus derjenigen der Unlösbarkeit ein Widerspruch hergeleitet werden: tertium non datur.)

Der Bestimmung, daß jedes Problem in einer endlichen Anzahl von Denkschriften auf seine Lösbarkeit hin entschieden werden können muß, besagt ph. g. demnach: Der Verstand beherrscht die Wirklichkeit seiner Gegenstände in der Weise, daß er sich, um die unendliche Anzahl der möglichen Sachverhalte zu erfassen, nicht selber aufzulösen braucht in die Form einer endlosen Mannigfaltigkeit, sondern daß er die Unendlichkeit in sich in einer Einheit enthält und aus sich heraus die Mannigfaltigkeit erzeugt.

Damit die Möglichkeit dafür besteht, daß das Problem der Lösbarkeit selber überhaupt gestellt werden kann, muß die Beherrschung des Seienden durch die logische Form und damit die absolute Möglichkeit der Lösung selber schon vorausgesetzt werden. Denn das erwähnte Problem ist ja selber ein Problem wie alle andern auch, dessen Lösbarkeit selber erst zu untersuchen wäre, wenn sie nicht durch die idealistische ursprüngliche Forderung, daß der Verstand die Wirklichkeit erzeugt und daß diese unter seinen Gesetzen steht, mitgesetzt würde. Nur für eine idealistisch orientierte Grundlagenforschung kann dieses Problem schon als Problem genommen existieren, nicht aber für den Intuitionismus, für den dieses Problem vollständig sinnlos wird, weil vom Intuitionisten die idealistischen

Voraussetzungen, die diesem Problem seinen Sinn geben, geleugnet werden.

Wenn man wie Hilbert die Existenz der mathematischen Gegenstände in deren logischer Widerspruchslosigkeit begründet sieht, so gibt man damit eine idealistische Grundhaltung zu erkennen. So scheint auf den ersten Blick die vom Formalisten durchgeführte Grundlagenlehre der mathematischen Gegenstände durchaus idealistisch angelegt zu sein. Aber bei näherem Verfolgen der formalistischen Gedankengänge muß man erkennen, daß die ursprünglich idealistisch gewählte Richtung nicht beibehalten wird. Sie erfährt im Verlaufe der Ausführung des Grundlagenprogramms eine wesentliche Aenderung, indem sie zu Gedankengängen hinführt, welche nicht idealistisch, sondern als rein formalistisch in einem noch zu bestimmenden Sinne zu bezeichnen sind. Aus dem Idealismus wird ein spezieller Formalismus. Zu der bloßen Bedingung der logischen Widerspruchsfreiheit, d. i. also der Forderung, der existente Gegenstand müsse dem logischen Satze der Identität bzw. des Widerspruchs gehorchen, muß in der Bestimmung der gegenständlichen Existenz nämlich nach formalistischer Anschauung auch noch die grundlegende Zusatzbedingung der Formalisierbarkeit (s. Hilbert und Bernays, l. c., S. 18) enthalten sein: Der Gegenstand muß widerspruchsfrei formalisierbar sein, wenn er Existenz besitzen soll. Das bedeutet: Nur dann ist die Existenz eines Gegenstandes gesichert, wenn er in bestimmte, im Folgenden näher zu bezeichnende Formen widerspruchsfrei eingefügt werden kann.

Die Ermöglichung der mathematischen Existenz wird also ph. g. im Formalismus einer Form bestimmter Art überlassen. Das Beherrschtsein der Gegenstände von dieser „formalistischen" Form ist die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß überhaupt ein theoretisches Urteil über deren gegenständliche Existenz oder Nichtexistenz möglich ist. Und zwar liegt dann Existenz vor, wenn sich bei der Formalisierung eines Gegenstandes kein Widerspruch zeigt, während der Fall der Nichtexistenz begründet ist in dem Widerspruch, der gegebenenfalls im Verlaufe dieser Formalisierung auftritt. Diese formalistische Form, welche die Formalisierung der mathematischen Gegenstände ermöglichen soll, wird jetzt philosophisch gekennzeichnet.

Diese Art von Form ist grundlegend verschieden von derjenigen, die als transzendentale Form, die Kategorie, bekannt ist. Ebenso unterscheidet sie sich auch grundsätzlich von der aus der formalen Logik herrührenden formalen Form. Denn beide, sowohl die transzendentale wie auch die formale Form, sind nicht möglich ohne einen theoretischen Inhalt, ein Material, das sie zu formen

und in einen Sinnzusammenhang zu stellen haben. Denn es ist einerseits das Wesen der Kategorie, daß sie sich ein Material sucht, dem sie ihren theoretischen Sinn aufprägen kann. Und wenn andererseits die formale Form auch abstrahiert von jedem besonderen Inhalt, so hat sie doch Bedeutung für einen formalen Inhalt, einen Inhalt „an sich".

Dem gegenüber ist die formalistische Form, so wie sie in der Lehre des Formalismus eingeführt wird, dadurch gekennzeichnet, daß sie überhaupt von jeder Beziehung auf einen Inhalt absieht. Sie „bedeutet" überhaupt nichts, wie Hilbert sie selbst charakterisiert. (Hilbert [III.], S. 176.)

Alle die Denkgesetze, wie sie aus der formalen Logik her bekannt sind, lassen sich in bestimmten Zeichen symbolisch darstellen. So kann man z. B. die logische Bedeutung des Grund-Folge-Verhältnisses, welches zwischen einem a und einem b herrschend ist, in die „Form" eines symbolischen Zeichens bringen, etwa von der Gestalt: a→b. Es ist nun für die Lehre des Formalismus kennzeichnend, daß dieses Zeichen und das in ihm zum Ausdruck kommende Symbol selbständig und seiner Existenz nach unabhängig von dem logisch-„inhaltlichen" Sinn, den es zu symbolisieren hat, besteht. Es kann inhaltlich dadurch gedeutet werden, daß man ihm den logischen „Inhalt", dessen symbolische Form es ist, zuweist, ist aber auf die Durchführung dieser Deutung für seine theoretische Gültigkeit nicht unbedingt angewiesen. Eine formalistische Form wie: a→b ist inhaltlich deutbar, heißt: Man kann für diese Form die Bestimmung treffen: a soll das Symbol eines Begriffes sein (d. h. es soll inhaltlich erfüllt werden können dadurch, daß man dafür einen Begriff einsetzt), b das symbolische Zeichen eines zweiten Begriffes, und das Pfeilzeichen zwischen a und b soll in inhaltlicher Deutung dem Grund-Folge-Verhältnis zugeordnet werden. Als der logische Inhalt unserer formalistisch-symbogischen Form: a→b hat dann die Aussage zu gelten: Der Begriff a gibt einen logischen Grund des Begriffes b an. Führt man außer dem hier als Beispiel angeführten Symbol noch eine Reihe anderer ein, so kann man bei genügender Vollständigkeit ein geschlossenes System symbolischer Formeln erhalten, die ihren eigenen formalistischen Verknüpfungsregeln gehorchen. Jede dieser symbolischen Formen kann wie in der angegebenen Art eine „inhaltliche" Deutung erfahren. Diese Deutung aber ist, wie schon bekannt, von untergeordneter Bedeutung und hat für die Existenz oder Nichtexistenz eines formalistischen Symbols keinen Einfluß. Ueber die Eigenschaften der Existenz oder Nichtexistenz einer solchen Form entscheidet nur die Tatsache, ob sie sich widerspruchsfrei in das symbolische Gefüge der übrigen Formen einbauen läßt oder nicht.

Das System aller in diesem Sinne existenten Formen und symbolischen Zeichen füllt den Bereich der eigentlichen Mathematik aus. Hilbert gibt freilich zu, daß es auch „inhaltliche" Erkenntnisse gibt, z. B. diejenigen, die in anschaulicher Unmittelbarkeit zu erfassen sind und nicht aus den Begriffen heraus logisch deduziert werden können. Dem eigentlichen mathematischen Existenzbereich können sie jedoch offenbar nur durch ihre Formalisierung eingereiht werden.

Der Kennzeichnung der formalistischen Form folge jetzt ihre philosophische Analyse und Würdigung.

Eine bestimmte symbolische Form, z. B.: a→b ist, auf den ersten Blick betrachtet, als ein in dem Gebiete der räumlichen Anschauung vorgebbares Zeichen aufzufassen. Dieses Symbol, welches in dem Falle unseres Beispiels in der Nebeneinanderstellung der Einzelzeichen a und b mit einem dazwischenliegenden Pfeilzeichen besteht, soll die Form eines logischen Inhaltes sein, nämlich des Urteils: a ist der Grund von b. In der sinnlichen Eigenschaft eines nur räumlichen Gebildes kann sich nun aber das Symbol seinem Sinne nach nicht völlig erschöpfen. Das räumliche Zeichen muß der sinnliche Ausdruck eines nicht-sinnlichen Sachverhaltes sein. Daher kann nur der eine „Teil" der symbolischen Form, nämlich derjenige, der in die sinnliche Wirklichkeit hineinragt, von dem räumlichen Gebilde, z. B. dem Zeichen: a→b dargestellt werden. Denn da im Symbol ein logischer Sachverhalt formalisiert, das ist symbolisch zum Ausdruck gebracht werden soll, muß dasjenige, was im Raume als das Nebeneinander und Nacheinander der formalistischen Einzelzeichen auftritt, ermöglicht sein durch ein vorgängiges logisches „Nebeneinander", ebenso wie der Pfeil unseres Beispiels das formalistische Zeichen eines logischen Verhältnisses zwischen den a und b darstellen muß.

Oben wurde auseinandergesetzt, daß alle kategorialen Verhältnisse zwischen Begriffen, z. B. a und b, auf die Formen des Einschließens (der Identität) und des Ausschließens (des Entgegensetzens) gegründet sind. Das zeigt sich z. B. in dem Falle des logischen Grund-Folge-Verhältnisses zwischen einem a und einem b darin, daß durch dieses Verhältnis die beiden, a und b, in der gleichen Weise voneinander ausgeschlossen werden, wie sie miteinander vereinigt und gemeinsam in eine Grenze eingeschlossen werden. Diese Tätigkeit des logischen Ein- bzw. Ausschließens, welche mit den a und b in der logischen Grund-Folge-Beziehung vorgenommen wird, birgt auch einen anschaulichen Gehalt in sich. In dieser logischen Leistung wirkt nämlich diejenige Anschauung mit, welche als die ideale Anschauung erkannt wurde. Diese hat es, wie schon erwähnt, von der anschaulichen Seite her begreiflich zu

machen, daß a und b sich infolge ihres gegenseitigen logischen Ausschlusses außerhalb einander stehen und daß sie sich auf Grund des gleichzeitig vorgenommenen gegenseitigen Einschlusses gemeinsam innerhalb einer logischen Grenze befinden.

Es ist nun die Eigenart der im Formalismus eingeführten formalistischen Form, daß sie dann entsteht, wenn von den Begriffen und ihren Beziehungen der ihnen zugrunde liegende logisch-kategoriale Sinn, durch welchen vom idealistischen Standpunkt aus gesehen die Ermöglichung des theoretischen Erkennens bewirkt wird, gleichsam weggelassen wird und nach dieser Weglassung nur noch der anschauliche Bestandteil des Begriffes übrigbleibt. Dieser anschauliche Begriffsbestandteil zerfällt nach dem oben Dargelegten seinerseits wieder in zwei Arten der Anschaulichkeit: in die ideale und in die reale Anschauung. Diese beiden Anschauungen sind es, welche nach der am Begriffe vorgenommenen Wegstreichung des logischen und kategorialen Sinnes noch bestehen bleiben. Die erste von beiden ist die anschauliche Form des Ein- bzw. Ausschließens. Diese ideal anschauliche Form vertritt den einen, den nichtsinnlich-idealen Teil an der formalistisch-symbolischen Form. Der andere Teil der formalistischen Form besteht in der realen Anschauungsform, welche die Verlegung des Symbols in den Raum und die „Konstruktion" des symbolischen Zeichens möglich macht. Sie ist dafür verantwortlich, daß das ideale In- und Auseinander übertragen wird in ein entsprechendes Verhältnis der realen sinnlichen Anschauung, in ein räumliches Neben-, Vor- und Nacheinander. Die einzelnen Begriffe (in unserem Beispiel a und b), die zueinander in dem Verhältnis des idealanschaulichen Ein- bzw. Ausschließens stehen, werden realanschaulich in die Erscheinung gebracht, sie werden im Raume nach- und nebeneinander hingeschrieben, sowie das Verhältnis zwischen ihnen selbst durch die Figur des Pfeiles „versinnlicht" wird.

Beide Bestimmungen, die idealanschauliche sowie die sinnlich realanschauliche, ergeben erst zusammen die formalistische Form. Das sinnliche Zeichen und sein ideal-anschaulicher Gehalt ergänzen sich gegenseitig, um diese Form zu bilden. So wie die Beziehungen der idealen Anschauung räumlicher Zeichen bedürfen, damit durch sie die rein logischen Beziehungen des Ein- bzw. Ausschließens symbolisch zum Ausdruck gebracht werden können, wie es in der formalistischen Form geschieht, so muß hinter dem räumlichen Zeichen ein idealer, symbolischer Gehalt, für den dieses den sinnlichen Ausdruck darstellt, stehen.

In der symbolischen formalistischen Form steckt, wie daraus hervorgeht, keinerlei logischer kategorialer Gehalt. Denn ihr Wesen besteht in der reinen Anschaulichkeit, sei es nun eine Anschauung

im idealen oder im realen Sinne. Diese stellt nur die Form dar, durch welche die Begriffe sich ordnen, im idealen Sinne ihres gegenseitigen Ein- und Ausschließens einerseits, und in dem realen Sinne einer anschaulichen Versinnlichung, einer Uebertragung in das Gebiet des homogenen räumlichen Nebeneinander andererseits. Die formalistische Form vermag immer nur dasjenige bildlich-formal wiederzugeben, was selber nur anschaulichen, von aller logischen Begrifflichkeit entfremdeten Charakter trägt. Sie unterscheidet sich daher, auch von hier aus gesehen, ganz wesentlich von derjenigen Form, der wir oben die Fähigkeit zugeschrieben haben, die logische Tätigkeit der Kategorie bildlich wiedergeben und den in der transzendentalen Form begründeten Sinn erfassen zu können, nämlich der formalen Form. Denn diese ist eine wirklich logische Form. Sie stellt diejenige Form dar, in welcher die von der Kategorie erschaffene logische Gesetzmäßigkeit des Gegenständlich-Seienden logisch erfaßbar und ihrem theoretischen Sinne nach aufweisbar ist. Das Phänomen der im logischen Ein- bzw. Ausschließen stattfindenden idealanschaulichen Ordnung der Begriffe ist nur als die anschauliche Bestimmung anzusehen, welche der formalen Form als ihr alogischer Gehalt innewohnt, macht aber keinesfalls ihr ganzes Wesen aus.

Was es in diesem Zusammenhange der philosophischen Deutung der formalistischen Form bedeuten muß, wenn der Formalist selber die völlige „Inhaltlosigkeit" seiner von ihm aufgestellten Form behauptet, der gegenüber sogar die von allem besonderen Inhalt abstrahierende Form der formalen Logik als „inhaltlich" zu bezeichnen ist, wird aus der Tatsache klar, daß die formalistische Form nur denjenigen formalen Teil an der wirklich logischen Form der formalen Logik darstellt, welcher von dieser nach der Weglassung alles logischen Sinnes als ihr anschaulicher alogischer Bestandteil noch übrigbleibt. Die Behauptung, die formalistische Form abstrahiere von allem logischen Inhalt, ist daher vom philosophischen Standpunkt aus als unzulässig anzusehen. Denn darin läge ja das Zugeständnis, daß der logische Sinn den zu dieser anschaulich-symbolischen Form eigentlich gehörigen Inhalt bedeute und daß er als Inhalt nur in der symbolischen Form möglich sei, die ihn gegebenenfalls (im Falle ihrer „inhaltlichen" Deutung) zu ihrem Inhalt zu erwählen hätte. Die Rede von einer „inhaltlichen" Deutung der formalistischen Form darf daher philosophisch nicht in der Weise verstanden werden, als ob diese Form die Form eines Inhaltes werden könne, der ursprünglich der Inhalt einer formalen, einen theoretischen und logischen Sinn erfassenden Form ist. Eine symbolische Form, wie z. B. die Form: $a \rightarrow b$ „inhaltlich" deuten, kann nur bedeuten, daß zum Zwecke dieser Deutung des Symboles:

a→b der dieser anschaulich-formalistischen Form ursprünglich zugehörige theoretische Sinn, d. h. diejenige formale Form, in welcher dieser Sinn erfaßt wird, aufgesucht wird. Der bei dieser Deutung vollzogene Schritt geschieht also nicht von der Form zum Inhalt, sondern von der anschaulichen Form zur Form des Sinnes. Die formalistischen Formen werden nicht, wie man meinen könnte, im Verlaufe ihrer „inhaltlichen" Deutung mit einem logischen „Inhalt" erfüllt, sondern sie werden in Wirklichkeit gänzlich beiseite gelassen, um den ihnen zugeordneten wirklich logischen formalen Formen Platz zu machen.

Da es uns nur darum zu tun war, die philosophischen Voraussetzungen und Folgerungen des Formalismus zu beleuchten, so unterlassen wir es hier, die für die Grundlegung der Mathematik wichtige Ausführung der formalistischen Logik und der Beweistheorie zu behandeln, die bei Hilbert[1]) selber nachgelesen werden möge. Statt dessen soll im Folgenden die philosophische Haltbarkeit der formalistischen Existenztheorie einer Prüfung unterzogen werden.

2. Versuch einer philosophischen Kritik am Formalismus.

Der transzendentale Idealismus sieht die Ermöglichung aller Begriffe, theoretischen Beziehungen und der Gegenstände, über welche diese logischen Gebilde gelten sollen, in der logischen kategorialen Form, welche sich aus dem Seienden erst den Gegenstand schafft und ihm theoretische Existenz verleiht. Weil die Bedingungen der Möglichkeit des theoretischen Gegenstandes in der kategorialen Form gründen, so vermag nur diese allein einen gegenständlichen Sinn mitzuteilen. Der Logos nimmt in dieser idealistischen Auffassung die Gestalt der logischen Form an und vermag so als der Ursprung des Sinnes die theoretisch sinnvollen Gegenstände formend zu konstituieren. Diesen Idealismus sucht Hilbert auch mit seiner Ueberzeugung vom Wesen der mathematischen Gegenständlichkeit in Uebereinstimmung zu bringen, wie wir nachzuweisen versuchten.

Er sieht es aber auch scheinbar ganz im Sinne dieser idealistischen Ueberzeugung an, wenn er den Ermöglichungsgrund der mathematischen Existenz in die formalistische Form hineinverlegt, in welcher der Gegenstand widerspruchsfrei erfaßt werden können muß, will er mathematische Existenz besitzen. Wir behaupten nun,

1) Hilbert u. Ackermann, l. c. — Hilbert u. Bernays, l, c.

daß sich diese Auffassung von theoretischer Existenz nicht vereinbaren läßt mit dem Ausgangspunkt, den sich der Formalist im transzendentalen Idealismus erwählt, daß sich Hilbert also einer philosophischen Inkonsequenz schuldig macht, durch welche die philosophische Haltbarkeit seiner Lehre in Frage gestellt wird.

Der transzendentale Idealismus erkennt nämlich nur die kategoriale Form als die Ermöglichung der theoretischen Existenz an, schreibt also nur demjenigen Anteil am Begriffe den Charakter der theoretischen Ermöglichung zu, welcher vom Logos hergeleitet ist und dem Begriffe und seinem Gegenstande den theoretischen Sinn verleiht. Da er im Gegensatz hierzu alle anschauliche Bestimmung am Begriffe, sowohl die ideal- wie auch die real-anschauliche zum Bereich des Ermöglichten, Bedingten rechnet, so steht er im Gegensatz zu der Lehre des eigentlichen Formalismus. Denn die formalistische Form, welcher von dieser Auffassung die gegenständliche Ermöglichung überlassen wird, gehört als die Form des idealanschaulichen In- und Auseinander bzw. diejenige des sinnlich realen Neben- und Nacheinander der symbolisch dargestellten Begriffe mit zu denjenigen Bestimmungen des Begriffes, welche in der Anschauung fundiert sind. Daher muß die formalistisch symbolische Form im Gegensatze zu der Auffassung Hilberts vom idealistischen Standpunkt aus dem Bereich desjenigen Seienden zugeschrieben werden, welches selber niemals ermöglichen kann, sondern als das immer Ermöglichte, Bedingte, zu gelten hat.

In diesem Zusammenhange ist es auch philosophisch zu begreifen, wenn Hilbert selber seine formalistische Form dadurch kennzeichnet, indem er ihr die Eigenschaft „eigentlich nichts zu bedeuten" zuschreibt. Sie selber vermag aus dem Grunde niemals eine „Bedeutung" anzunehmen und einen theoretischen Sinn zu ermöglichen, weil sie zum Reiche des Bedingten gehört und selber ermöglicht wird von der kategorialen Form. Sie ist darauf angewiesen, von dieser in den Zusammenhang eines theoretischen Sinnes und einer theoretischen Bedeutung gebracht zu werden. Da es aber das Schicksal dieser formalistischen Form ist, immer nur als das vom kategorialen Sinne Ermöglichte gelten zu müssen, niemals aber die Ermöglichung selber zu sein, so darf ihr auch niemals diese Ermöglichungseigenschaft theoretischer Existenz zugeschrieben werden, wie das bei Hilbert geschieht. Da sie allem Sinne fremd ist, so vermag sie auch keine theoretischen Bedeutungen wie Widerspruch und Widerspruchslosigkeit, nach formalistischer Ansicht die Kriterien der gegenständlichen Existenz bzw. Nichtexistenz, zu erfassen. Sie bedeuten nicht nur, wie O. Bekker bei seiner Kritik am Formalismus gezeigt hat, leere Formeln, in denen zwar die Gesetze der sog. Widerspruchslogik wirksam sind, die aber jenseits

aller Wahrheit und Falschheit liegen. Denn es ist ihnen nicht nur versagt, wahre oder falsche Sachverhalte logisch zu erfassen, sondern es ist ihnen auch jeder Zugang zu einem theoretischen Sinn überhaupt wie Widerspruch und Widerspruchsfreiheit verschlossen.

Die beiden so einander gegenüberstehenden Richtungen, der Idealismus und der spezielle Formalismus, werden von Hilbert zu gleicher Zeit verfolgt. Das zeigt sich vor allem in der Inkonsequenz, die darin liegt, daß einerseits zwar die Kategorien Identität und Widerspruch als die Existenzermöglichung der theoretischen Gegenstände anerkannt werden, andererseits aber ein Seiendes als der Ort dieser Ermöglichung ausgegeben wird, welches von Natur aus unfähig ist, einen logischen Sinn zu erfassen und selber erst durch die Kategorie ermöglicht ist. Dieses Seiende ist die formalistische Form. Es ist daher eine notwendige Folge, daß der Formalismus in einen infiniten regressus verfallen muß: Denn ebenso, wie das Kriterium der gegenständlichen Existenz darin bestehen soll, daß dieser widerspruchsfrei in einer formalistischen Form erfaßt werden kann, ebenso muß diese Form selber wieder auf ihre Existenz hin dadurch prüfbar sein, ob sie ihrerseits einem Formalismus widerspruchsfrei gehorcht. Die Existenz dieses neuen Formalismus hinwiederum wäre durch eine ihm selber übergeordnete symbolische Form durch widerspruchsfreie Formalisierung zu erweisen u. s. f. Da man auf diese Weise immer wieder nur zu einem neuen Symbol, einer neuen formalistischen Form kommt, die als die Ermöglichung der Existenz angegeben wird, niemals aber zu einer wirklich logischen Form gelangt, in der ein kategorialer Sinn wirksam ist, und die somit als die erste und letzte Ermöglichung der theoretischen Existenz zu gelten hat, kommt der regressus nie zu einem Ende.

Wenn man Leibniz als den eigentlichen Begründer der formalistisch-symbolischen Mathematik hinzustellen versucht, so ist dieses Unternehmen nur zum Teil berechtigt. Solange dadurch nämlich lediglich behauptet sein soll, daß der Gedanke, logische Gebilde wie Begriffe und Beziehungen zwischen Begriffen durch Zeichen symbolisch zu verbildlichen, von Leibniz zuerst in die Tat umgesetzt wurde und philosophisch eine hervorragende Bedeutung erlangte, ist nichts einzuwenden. Wenn aber damit gleichzeitig gesagt sein soll, daß die symbolische Mathematik, wie sie uns heute in der Gestalt des Formalismus vorliegt, ein Wiederaufnehmen und ein Weiterverfolgen Leibnizscher Gedanken bedeutet, so muß hier widersprochen werden.

Die Idee der symbolischen Repräsentation ist aus dem philosophischen Zusammenhang mit der Idee der Monade zu verstehen. Für Leibniz bedeutet das Symbol dasjenige Zeichen, welches für

einen Begriff oder eine Beziehung zwischen Begriffen einzustehen hat. Die einzelnen charakterisierenden Zeichen haben ein Bild zu geben von den ihnen entsprechenden Begriffen, wie die anschaulichen Verhältnisse unter den Zeichen den Beziehungen abbildlich zu entsprechen haben, welche zwischen den Urbildern, den Begriffen herrschen. Diese symbolischen Zeichen werden vollständig in ihrer Existenz bestimmt durch die Begriffe und Begriffsverhältnisse, denen sie jeweils zu entsprechen haben. Nur dem Begriffe aber wohnt die logische, rationale Notwendigkeit inne, nur er vermag die Stätte eines logischen Grundes und Sinnes zu sein. Denn es ist einzig und allein die Aufgabe des Begriffes, die aus der Monade, dem Orte des lebendigen Geistes als ihrem lebensvollen Ursprung hervorgehenden logischen Gründe und Notwendigkeiten theoretisch zu erfassen. Soll der Begriff aber dieser Aufgabe gewachsen sein, so muß in ihm — und nur in ihm — von vornherein die ursprüngliche Einheit des logischen Sinnes vorhanden sein, welche in der Monade und damit in der Ganzheit des ursprünglichen Lebens ihren Grund hat und von ihr ermöglicht wird. Diese im Begriffe vorhandene Einheit hinwiederum macht es möglich, daß von ihm und seiner theoretischen und logischen Tätigkeit das Symbol, die ihn „charakterisierende" Form, existieren kann. Das Symbol erhält die für seine Existenz notwendige Einheit dadurch, daß es gleichsam Anteil hat an der im Begriffe wirksamen und von der Monade ermöglichten Einheit des logischen Sinnes. Da die symbolische Repräsentation bei Leibniz ausdrücklich nur als ein Zeichen angesehen wird, welches für einen logischen „Grund" einsteht, nicht aber zum Ursprung des logischen Sinnes selber zu werden vermag, so steht der Leibnizschen Geisteshaltung die vom Formalismus vertretene Auffassung gegensätzlich gegenüber. Der Gegensatz zwischen beiden Richtungen wird besonders deutlich aufweisbar an der Hand einer Stelle aus Leibniz (Philos. Schriften Gerh. VII, 13—15; zitiert bei Mahnke): „Cuiusque rei nomen (characteristicum) est omnium quae de ea ..... ratione atque ordine sciri possunt." Hier wird einander deutlich gegenübergestellt: Das nomen characteristicum einerseits und dasjenige, was „ratione atque ordine sciri potest". In der formalistischen Auffassung dagegen geschieht eine Verschmelzung und Gleichsetzung des Symboles mit dem Sinn, des „nomen characteristicum" mit der „ratio".

3. Die Darstellung des Intuitionismus.[1])

A. Intuitionistische Weltanschauung.

Während der Formalismus die mathematische Existenz auf dem Wege des Nachweises der Widerspruchsfreiheit zu begründen sucht, hält der Intuitionismus fest an der Forderung, den mathematischen Gegenstand an der Quelle seiner ursprünglichen Gegebenheit zu erfassen. Die Bedingung für die Existenz eines Gegenstandes ist für den Intuitionisten dessen für den Verstand vorfindbares Dasein. Dieses Dasein aufsuchen, dennt der Intuitionist „konstruieren" oder „erzeugen". Die Möglichkeit, den Begriff eines Gegenstandes widerspruchsfrei in das in seiner Existenz schon gesicherte mathematische Begriffsgefüge einzubauen, ist für den Formalisten notwendige und hinreichende Bedingung, um auf die Existenz des Gegenstandes schließen zu dürfen, für den Intuitionisten hingegeben bedeutet diese Möglichkeit nur notwendige Bedingung. Derjenige Anteil des mathematischen Begriffs, welcher aus dem Gebiet des Idealen, der Wesensermöglichung, der Bedingungen herstammt, nimmt eine untergeordnete Stellung ein gegenüber dem andern Teil, welcher von der sinnlichen Anschauung, dem Bedingten herkommt. In der intuitionistischen Auffassung tritt die Bedeutung der funktionalen Relationen zurück gegenüber den sachlichen Gehalten, die an den Gegenständen selber aufzuzeigen sind. Indem das Hauptgewicht verlegt wird auf die endliche, real-anschauliche Seite des Begriffs, wird die Bedeutung des rein Logischen, dem Bereich der idealen Formung Entspringenden in der Weise eingeschränkt, daß dieses nicht als das Mögliche die grundlegende Bedeutung auch des Ermöglichenden hat, sondern daß ihm lediglich die Aufgabe zukommt, die Ermöglichung, die das Sinnlich-Anschauliche aus sich heraus schon mitbringt, der Vernunft zu eröffnen. Die Leistung des Logos kommt nur in der negativen Bestimmung zum Ausdruck, daß er die Wahrheit, die am Dasein des Gegenstandes zu enthüllen ist, nicht zu verdecken hat. Mathematisch wirkt sich diese Einstellung aus in der Ablehnung nicht nur der formalen Axiomatik, sondern auch der für die Mathematik unbeschränkten Gültigkeit der Sätze aus der formalen Logik. Die Grundsätze der formalen Logik werden in der Mathematik Brouwers nur insofern als gültig anerkannt, als ihre Richtigkeit intuitionistisch, d. h. durch die Ausweisung an konkret gegebenen Gegenständen begründet werden kann. So wird die Möglichkeit der Operation mit dem Satz des „tertium non datur" für unendliche Bereiche abgelehnt und nur für die Endlichkeit zugelassen, wo die Richtigkeit dieses Satzes durch Nachprüfen an den

1) s. hierzu Brouwer [I, II, III]; O. Becker, S. 54 ff.

einzelnen endlichvielen Gegenständen in concreto nachgewiesen werden kann. Die Einschätzung, mit der der Intuitionist dem Formhaften, rein Logischen entgegentritt, muß sich auswirken in seiner Stellung dem Unendlichen gegenüber. Den beiden früher besprochenen Unendlichkeitsbegriffen, dem Potentiell- und dem Aktualunendlich, stellt er einen Begriff an die Seite, bei dem auch die Bezeichnung „potentiell" gerechtfertigt ist, wenngleich ein bedeutsamer Unterschied zwischen ihm und dem früher entwickelten Begriff besteht.

Wir sahen, daß beim klassischen[1]) Begriff des Potentiellunendlichen eine „Transzendenz" zugrundeliegt, und zwar die Transzendenz über das Anschaulich-Besondere (Endliche) zum Begrifflich-Allgemeinen (Unendlichen). Dieser Ueberstieg wurde ermöglicht und angetrieben durch das logische Vermögen, welches durch die Erzeugung eines Allgemeinbegriffes über die Reihe der besonderen, einzelnen Gegenstände hinauszugehen gestattet und so die Möglichkeit verschafft, abgesehen von dem Verhalten der einzelnen Glieder einer mathematischen Gesamtheit, z. B. einer Folge, Aussagen über das Verhalten der Folge im ganzen, das Verhalten „schließlich aller" Glieder zu machen. Das Hinausgehen über das Endliche zum Unendlichen geschieht durch einen ursprünglichen Akt des Verstandes in gleicher Weise wie jede Begriffsbildung. Beim Potentiellunendlichen wird die „Transzendenz" in der Weise modifiziert, daß hier der Ueberstieg über das Besondere als dem in der Zeit Werdenden zum Allgemeinbegriff geschieht, daß also in den Allgemeinbegriff das Werden der Folge in der Zeit als Anschauungsfaktor mit hineingenommen wird.

Für den Intuitionismus kann von einem Ueberstieg im obigen Sinne nicht die Rede sein. Denn hier wird nicht die Zeitanschauung in den durch einen ursprünglichen Verstandesakt erzeugten Allgemeinbegriff als konstituierender Faktor mit hereingenommen, sondern der oben als für den Intuitionismus eigentümlich gekennzeichnete Entdeckungsakt des Verstandes wird als in der Zeit geschehend vorgestellt. Das im unendlichen Bereich vorfindbare und zu entdeckende Unendlichkeitsgesetz wird dem Erkenntnisvermögen durch den Verstand eröffnet durch die in der Zeit zu vollziehenden Eröffnungsakte.

Der intuitionistische Begriff vom Wesen der Menge, aus dem sich die entsprechende Auffassung vom Wesen der Funktion ergibt, kommt bei Brouwer in der Definition zum Ausdruck: „Eine

---

1) Klassisch wird der Begriff genannt, weil er, von Leibniz angefangen, die ganze Mathematik und Philosophie der Mathematik in dieser Gestalt beherrscht hat.

Menge ist ein Gesetz, auf Grund dessen, wenn immer eine willkürliche Nummer gewählt wird, jede dieser Wahlen entweder eine bestimmte Zeichenreihe mit oder ohne Beendigung des Prozesses erzeugt, oder aber die Hemmung des Prozesses mitsamt der definitiven Vernichtung seines Resultatis herbeiführt, wobei für jedes n nach jeder unbeendigten und ungehemmten Folge von n—1 Wahlen, wenigstens eine Nummer angegeben werden kann, die, wenn sie als n—te Nummer gewählt wird, nicht die Hemmung des Prozesses herbeiführt." (Brouwer [II.], A., S. 244.)

Die Möglichkeit, an einer unendlichen Mannigfaltigkeit von vornherein den Unendlichkeitscharakter zu erkennen, besteht für den Intuitionisten nicht, da er das Unendliche nicht als vom Verstande spontan erzeugt ansieht. Infolgedessen muß der Verstand durch die Wahlakte ausprobieren, ob wirklich nach keiner Wahl eine „Hemmung" oder „Beendigung" des Prozesses eintritt, um von einem System die Unendlichkeit aussagen zu können. Wie aber ist es ihm dann gestattet, überhaupt auch nur von einer möglichen Unendlichkeit einer Menge zu reden? Das ist nur der von ihm anerkannten Gesetzeseigenschaft der Menge zu verdanken, wenn auch das Mengengesetz nicht auf dem Grunde des theoretischen Verstandes ermöglicht und erzeugt wurde, sondern eine vom Verstand zu offenbarende Eigenschaft am Sein ist. Die Bedeutung des Gesetzesbegriffs liegt nicht nur darin, daß das Gesetz die Zuordnung schafft, die es dem Verstand ermöglicht, bei jeder Wahl die der n—ten Nummer zugeordnete Zeichenreihe zu „erzeugen". Die Bedeutung des Gesetzes liegt besonders auch in der Tatsache, daß dadurch die *Möglichkeit* der endlosen Fortsetzbarkeit der Wahlen nach Vollzug einer endlichen Anzahl von Wahlen offenbar wird. Angenommen, es würde dem Verstand auch eine unendliche Zeit zur Verfügung stehen, in der er durch endlos viele Wahlen die ganze Gesamtheit der Mengenelemente nach und nach durchprüfen und sich von der ungehemmten und unbeendigten Fortsetzbarkeit der Wahlen durch „Konstruktion" der einzelnen Elemente überzeugen könnte, so würde dadurch doch nicht das Mengengesetz überflüssig werden, denn die Vernunft würde bei dessen Fehlen nur die zusammenhanglos nebeneinander gereihten endlos vielen Ergebnisse der endlos vielen Wahlen vor sich haben, aber ihr würde nicht klar werden, daß die Menge gemäß ihrem Wesen notwendig unendlich ist und die einzelnen Ergebnisse notwendig aus dem Wesen der Menge folgen. Sie würde die Menge gar nicht als unendlich, ja nicht einmal als endlos begreifen können, wenn ihr das nicht durch das Bildungsgesetz der Menge, durch welches deren Unendlichkeit begründet ist, ermöglicht würde. Ist in einer Menge das Gesetz der möglichen beliebigen, d. i. ungehemm-

ten Fortsetzbarkeit der Wahlen offenbar geworden, dann entsteht der Vernunft die Aufgabe, besondere Existenzaussagen über die einzelnen Elemente zu machen.[1]) Ist diese Fortsetzbarkeit nicht beliebig, sondern wird sie gehemmt, handelt es sich also um eine endliche Menge, so ist diese vom Verstande „konstruktiv" vollständig zu erfassen und ihm daher zugänglich. Es gibt intuition. gesprochen dann eine Nummer n, so daß durch die n—te Wahl noch eine Zeichenreihe erzeugt wird, nicht mehr aber durch die n+1-te. Die durch die n+1-te Wahl zu erzeugende Zeichenreihe bleibt aus, existiert intuitionistisch gesprochen nicht. Weil diese Zeichenreihe aber in einer Menge, d. i. einem durch Gesetzmäßigkeit bestimmten Bereich nicht existiert, ist ihre Existenz nicht etwa nur unbestimmt, sondern sie besteht notwendig nicht, die Annahme der Existenz ist, wie es bei Brouwer heißt, „absurd", mit dem Wesen der Menge also nicht vereinbar. Existenz und wirkliche Nichtexistenz (Absurdität) erhalten ihre Begründung erst durch die vom Gesetz auf die übergehende Notwendigkeit. Daraus folgt, daß das Gesetz auch bei endlichen Systemen vorhanden sein muß.

Will man den für das Unendliche kennzeichnenden „Ueberstieg" vom intuitionistischen Standpunkt aus deuten, so ergeben sich für ihn ph. g. folgende zwei Bestimmungen:

Einerseits zeigt sie sich in dem Akte, durch welchen der Vernunft offenbart wird, daß ein mathematisches System von einem Gesetz beherrscht wird, in welchem die Möglichkeit begründet ist, über die Reihe der endlich vielen Eröffnungsakte hinaus diese Akte beliebig, d. i. unendlich oft fortzusetzen, ohne daß eine „Hemmung" des Prozesses eintritt. Die Bedingung dafür, daß der Vernunft die Unendlichkeit offenbar werden kann, ist, daß das zu untersuchende unendliche Seiende, z. B. eine unendliche Menge, durch ein Gesetz, das Zuordnungsgesetz, bestimmt ist. Durch das die Menge durchwaltende, vom Verstande zu offenbarende Unendlichkeitsgesetz[1]) wird erst der Ueberstieg vom Endlichen zum Unendlichen ermöglicht. Das vom Sein selber hervorgebrachte Gesetz hat jetzt die Stelle einzunehmen, die in der idealistischen Auffassung das Vermögen der ursprünglichen, durch den Verstand ermöglichten spontanen Erzeugung verwaltet. Durch das Offenbarwerden des Gesetzcharakters dieses Gesetzes vermag sich die Vernunft einen umfassenden Begriff über die Unendlichkeit der Anzahl

---

1) Also z. B. durch Nachprüfen an den einzelnen Elementen festzustellen, ob die Fortsetzbarkeit der Menge nicht nur möglicherweise, sondern wirklich unbegrenzt ist.

1) d. i. das Bildungsgesetz der Menge, welches den Leitfaden zur konstruktiven Aufsuchung der Elemente in der Wirklichkeit zu bilden hat und das zugleich ihre Unendlichkeit begründet.

der „erfolgreichen" Wahlakte zu bilden. Während die Vernunft aber in der idealistischen Anschauung durch das Vermögen der spontanen Erzeugung imstande ist, das Gebiet des Unendlichen ursprünglich erzeugend zu beherrschen, und so über die Menge und ihre Elemente deduktiv Eigenschaftsaussagen zu machen, ohne die einzelnen Elemente selber in ihrer Gegebenheit aufzusuchen, wie es der Intuitionismus verlangt, vermag das nach intuitionistischer Vorschrift am Dasein vorgefundene Unendlichkeitsgesetz die Vernunft nur zu der Erkenntnis zu befähigen, daß ein System möglicherweise unendlich wird, aber nicht, welche Eigenschaften es darüber hinaus noch besitzt, also im Besonderen, ob es wirklich unendlich ist. Um bestimmte Eigenschaftsaussagen über die Menge machen zu können, muß die Vernunft durch die wirkliche Durchführung der einzelnen Wahlakte die Elemente der Menge wirklich „erzeugen", in ihrer konkreten Wirklichkeit aufsuchen, also z. B. im Falle der Frage, ob die Menge unendlich ist oder nicht, zeigen, daß die Wahlakte nirgends abbrechen (bei unendlichen Mengen) oder an einer bestimmten Stelle gehemmt werden (bei endlichen Mengen). Wir kommen so zur zweiten Bestimmung der intuitionistischen „Transzendenz", die aussagt, daß mit der Möglichkeit der durch das Gesetz bedingten beliebigen Fortsetzbarkeit der Akte zugleich die Notwendigkeit der wirklichen Durchführung dieser Akte gegeben ist. (Daß es dem menschlichen Verstande nicht möglich ist, alle die endlos vielen Wahlakte infolge der ihm zur Verfügung stehenden beschränkten Zeit auszuführen, ist eine andere Frage.)

Die erste Leistung der Transzendenz ist die Offenbarmachung des Unendlichkeitsgesetzes, die selbst eine in einer bestimmten Zeit ausgeführte Tätigkeit der Vernunft ist. Da sie aber das Gesetz offenbar zu machen hat, wird durch sie die Vernunft in den Stand gesetzt, sich aus der Ankettung an das Besondere abzulösen, um, der Allgemeinheit des Gesetzes teilhaftig geworden, mit einem Blick die Unendlichkeit der unendlich vielen Elemente zu übersehen. So wird die Vernunft durch das Gesetz über die besondere Zeitlichkeit hinausgetragen in eine Ueberzeitlichkeit. Diese erhält jedoch erst durch die zweite Bestimmung ihre Wirklichkeitsrechtfertigung, welche die wirkliche Ausführung der Akte, die „Konstruktion" fordert. In ihr kommt damit die sich aus der intuitionistischen Existenzauffassung zu folgernde Auffassung zum Ausdruck, daß der Zugang zur Wahrheit wesentlich von der Zeit abhängig ist.

Wenn der Verstand bei Absurdität eines Gegenstandes a trotzdem dessen Existenz vorgibt, so verdeckt er damit Seiendes und gibt in der Folge Anlaß zu einem Widerspruch mit anderem Seienden. Absurdität eines a hat immer die Falschheit dieses a im Sinne der formalen Logik zur Folge. Nicht aber schießt umgekehrt die formal-

logische Falschheit auch die Absurdität ein, ebensowenig wie nach intuitionistischer Auffassung die Widerspruchslosigkeit auch die Existenz impliziert. Denn da die Logik nur zu entdecken hat, hat sie keine Macht, das Sein aus sich heraus zu gestalten. Tritt ein logischer Widerspruch auf, so kann es sein, daß der Verstand nur Absurdität vortäuscht, während diese in Wirklichkeit gar nicht vorliegt.

Bevor wir zur Besprechung der Stellungnahme übergehen, die der Intuitionist dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten gegenüber einnimmt, wollen wir noch kurz den Unterschied klarstellen, der zwischen den Auffassungen von der Bedeutung der Zeitanschauung für die Mathematik in der Kantschen Lehre einerseits und in der Brouwerschen andererseits besteht.

Es geht nicht an, die Kantsche Auffassung von der Konstruktion der mathematischen Gegenstände als Bestätigung der intuitionistischen „Konstruktionslehre" anzusehen, wie das etwa bei O. Bekker geschieht. Man hat zu bedenken, daß Kant unter Konstruktion etwas ganz anderes versteht als Brouwer. Für ihn ist Konstruktion nicht wie für Brouwer ein Aufsuchen und rezeptives Aufnehmen des Seienden in seiner Vorfindlichkeit, sondern eine Vernunfthandlung, welche die Gegenstände der Mathematik in der rein-anschaulichen [1]) Wirklichkeit diskursiv [2]) darstellt, die aber erst auf Grund spontaner synthetischer Akte des Verstandes ermöglicht wird. Die Erzeugung des Gegenstandes geschieht immer mit dem Blick auf dessen Konstruktion in der anschaulichen Wirklichkeit hin. Die Bestimmung der Konstruktion des Gegenstandes gehört als notwendiger Bestandteil mit in den konstitutiven Aufbau des Gegenstandes hinein. Das gilt nicht nur für die Gegenstände der Geometrie, deren Angewiesenheit auf die Raumanschauung offensichtlich ist, sondern auch für die arithmetischen Gegenstände, vor allem die Zahlen, deren „konstruktiv"-anschaulichen Bestandteil Kant von der Zeitanschauung herstammen läßt. Wenn aber Kant diese Anschauung als wesensbestimmend für die Arithmetik ansieht, dann darf ihm nicht die intuitionistische Ansicht unterschoben werden, die Zahlen hätten nur als die Glieder einer in der Zeit verlaufenden Folge ein Dasein. Denn wenn sich die Zahlen auch im Bereiche des sie bestimmenden Schemas in einer innerzeitlichen Abfolge befinden, so liegt doch ihr Grund in dem überschematischen und überzeitlichen Gebiete der apriorischen, spontanen Verstandessynthese. Nun ist die Zeitanschauung

1) Inwiefern und aus welchem Grunde diese „rein-anschauliche" Konstruktion auch ihre empirische Seite notwendig besitzen muß, kann hier nicht weiter besprochen werden.

2) s. hierzu S. 26 ff.

in den Verstand ursprünglich eingebaut und keine Verstandessynthese ist daher ohne Beziehung auf ein Schema möglich. Weil in die Zahl nun die zeitanschauliche Vorstellung der Abfolge durch die sie ursprünglich begründende Synthese eingeführt ist, so muß sie den vom Schema ausgehenden Forderungen zufolge die urbildliche Ordnung des Nacheinander durch einen in der Zeit wirklich geschehenden Ablauf abbildlich verwirklichen. Die sich wirklich zeitigende Ordnung der Zahlen ist somit nur durch die ursprüngliche, die empirische Zeitvorstellung und deren innerzeitigen Charakter erst erschaffene reine Ordnung möglich.

Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten.

Entweder es gilt intuitionistisch gesprochen die Aussage a oder es gilt non a, etwas Drittes gibt es nicht. Die Ablehnung der unbedingten Geltung dieses in der klassischen Mathematik sehr viel „angewandten" Satzes bildet einen der Hauptpunkte im Programm des Intuitionismus. Für endliche Gesamtheiten wird seine Richtigkeit zugegeben. Denn in der Endlichkeit läßt sich jederzeit der Nachweis erbringen, daß dieser logische Satz die (intuitionistische) Wahrheit eines mathematischen Sachverhaltes nicht verdeckt. Sobald man aber unendliche Gesamtheiten vor sich hat, ist der intuitionistische Zugang zu unendlich vielen Elementen versperrt, also besteht auch nicht die Möglichkeit, an jedem Element die Entscheidung: entweder gilt für dieses die Aussage a oder es gilt non a, zu treffen. Aus dieser Tatsache ergibt sich für den Intuitionisten die Notwendigkeit, die unbedingte Gültigkeit dieses Satzes als eines formalen Grundsatzes abzulehnen.

Der Intuitionist lehnt den Drittensatz in der Gestalt des formallogischen Satzes von vornherein ab. Die unbedingte Gültigkeit dieses Satzes muß als absurd erscheinen, da sie bei unendlichen Bereichen nur dann gelten würde, wenn der Verstand die Wirklichkeit a priori beherrschen könnte.

Für den Intuitionisten liegt da weiter kein Problem, wo es gilt, sich gegen die Zulässigkeit der Anwendung einer rein logischen Form auszusprechen. Wie aber reimt sich das mit der Tatsache, daß Brouwer diesen Satz nicht etwa als absurd bezeichnet, sondern ihm die Eigenschaft der „Absurdität der Absurdität" zuschreibt? [1])

Wenn der Intuitionist dem Prinzip des ausgeschlossenen Dritten die letztgenannte Eigenschaft zuerkennt, dann versteht er unter

1) Absurdität der Absurdität bedeutet für den Intuitionisten weder Absurdität noch Wahrheit (s. Brouwer [1.], S. 251 ff.; O. Becker, l. c., S. 335 f.).

„Satz“ des ausgeschlossenen Dritten nicht mehr einen formenerzeugten Grundsatz, sondern sieht darin eine Eigenschaft, die ein Seiendes besitzt oder nicht besitzt. Die Enthüllung der Wahrheit, bei welchen Elementen eines mathematischen Systems die Existenz oder Absurdität der Dritteneigenschaft gilt, muß bekanntlich dadurch geschehen, daß jedes Element eines Systems „erzeugt“ und daraufhin untersucht wird, ob es absurd oder existent ist. Bei unendlichen Systemen ist der unmittelbare Zugang zu endlos vielen Elementen versperrt, er ist absurd. Das bedeutet also: die Aussagemöglichkeit, ob die Dritteneigenschaft bei unendlichen Gesamtheiten existiert oder absurd ist, ist absurd. Der Brouwersche Ausdruck, es gelte die „Absurdität der Absurdität“ des „Satzes“ vom ausgeschlossenen Dritten, erscheint von hier aus gesehen ungenau den eben beschriebenen Sachverhalt zu kennzeichnen.

Der Drittensatz ist eine unmittelbare Folge des Satzes vom Widerspruch. Denn jede Kategorie A läßt sich aufteilen in die Begriffe a und non a (wobei die logische Summe $a + \text{non } a = A$). Außer den a und non a bleiben in A keine Aussagen mehr übrig, woraus der Drittensatz unmittelbar folgt.

Da vom Standpunkt der formalen Logik aus der Satz vom ausgeschlossenen Dritten nicht wie vom mathematischen aus ein Prinzip ist, dessen Gültigkeit wissenschaftlichen Fruchtbarkeitsinteressen unterliegt, sondern ein unmittelbar aus dem Grundaxiom des Satzes vom Widerspruch folgender Satz ist, sei noch kurz auf das Problem von dieser Seite aus eingegangen.

Rein logisch gesehen muß man immer wieder zu unserem Satze zurückkommen, wobei die Form, in der er erscheint, keine Aenderung an seinem Wesen hervorbringen kann.

Denkt man sich eine unendliche Zahlenfolge, so kann man in ihr durch eine von irgendwelchen Gesichtspunkten bestimmte Definition einen „Schnitt“ konstruieren, welcher endlich viele Glieder von den übrigen nachfolgenden trennt. Sucht man nach der Existenz eines Elementes e mit einer bestimmten Eigenschaft, so ergibt sich für den Intuitionisten: Wird es in dem endlichen Abschnitt der Folge gefunden, dann existiert es natürlich. Wird es nicht gefunden, so existiert es entweder gar nicht oder es existiert und liegt in dem Abschnitt der Folge, der unendlich ist. Um zu einer Entscheidung zu kommen, müßte man im Falle des Nichtauffindens im endlichen Abschnitt entweder die Unmöglichkeit oder die Unmöglichkeit der Unmöglichkeit, d. i. Notwendigkeit von e nachweisen. (Aus der Tatsache, daß Nichtauffinden von e nicht gleichbedeutend ist mit Absurdität von e, sondern in diesem Falle noch mehrere Möglichkeiten bestehen, folgert der Intuitionist die Ungültigkeit des Drittensatzes.)

Für den formalen Logiker ergeben sich die Unterscheidungen: Entweder sucht man den Beweis auf die konstruktive Art, d. h. durch Aufweisung im endlichen Gebiet, oder auf die „transfinite", d. h. durch einen allgemeinen Widerspruchsfreiheitsbeweis zu führen. (Das heißt für den Intuitionisten: Entweder ist der „Zugang" zum Untersuchten da, oder er ist nicht da.) Wird der Beweis durch endliche Aufweisung versucht, dann sind zwei Fälle möglich. Entweder e wird aufgefunden oder e wird nicht aufgefunden. Wählt man den Weg der allgemeinen transfiniten Beweisführung, dann gilt: Entweder e existiert notwendig (die Annahme seiner Existenz birgt keinen Widerspruch), oder e ist unmöglich (widerspruchsvoll). Bei allen eben aufgeführten Disjunktionen gilt das Tertium non datur.

4. Die philosophische Unhaltbarkeit des Intuitionismus.

Beide bisher besprochenen Gegenrichtungen, der Formalismus und der Intuitionismus, haben ihr Gemeinsames darin, daß sie die Ermöglichung der gegenständlichen Existenz in einem Gebiete suchen, welches sich als der eigentliche Bereich des ewig Ermöglichten erweist. Es ist das Gebiet der Anschauung. Aber während der Formalist sich nur auf die Form der Anschauung und ihre symbolische Verwendbarkeit beschränkt, um diese als den Grund der Ermöglichung gelten zu lassen, weist der Intuitionist bei seiner Existenzbegründung stets auf den konstruktiven Inhalt der Anschauung hin. Der Formalist schließt sich von diesem Inhalt ebenso ab, wie der Intuitionist die Form dieses anschaulichen Inhalts ausgeschaltet wissen will. Daher kommt es, daß z. B. beide Richtungen denjenigen Begriffen, unter denen sie beide dasselbe zu verstehen vermeinen, jeweils einen anderen Sinn beilegen. So versteht der Intuitionist z. B. unter Falschheit etwas anderes, als der Formalist unter dem gleichen Wort versteht, genau so, wie er unter „formalistischer Wahrheit" nicht den Sinn zu treffen vermag, den der Formalist in den Begriff „Wahrheit" hineinlegt.

Die von den Gegenrichtungen vollzogene Trennung der Gebiete des Formal-Anschaulichen und des Stofflich-Anschaulichen führt in jeder von ihnen zu Widersprüchen, die bei einer philosophischen Analyse dieser Anschauungen zutage treten.

Für den kritischen Idealismus hat der Logos die Aufgabe der gegenständlichen Ermöglichung zu erfüllen und dabei für seine Betätigung ein Ermöglichtes, zu Rezipierendes, zu bestimmen. Das bedeutet, daß für jeden Begriff A eine Bedingung, die kategoriale

Form der Begrifflichkeit unterschieden wird vom Bedingten, dem Material (= Anschauung). Der Begriff A wird in der logischen Reflexion mit sich selbst identisch gesetzt und damit zugleich unterschieden von allem, was nicht zu ihm gehört, vom non A. Der Satz $A \neq$ non A stellt als Produkt einer logischen Reflexion eine Form dar. Diese Form ist keine kategoriale Erzeugungsform, sondern eine formale Form, die als solche ein Gebiet von Urteilen kennzeichnet und umgrenzt, in dem sie gültig ist wobei unser Satz $A \neq$ non A als Ort seiner Geltung das ganze Gebiet der theoretischen Vernunft überhaupt definiert.

Da die Sätze der Identität und des Widerspruchs als formale Formen die Erzeugungstätigkeit der transzendentalen Form voraussetzen (Kategorie der Identität bzw. des Widerspruchs), dürfen sie vom Intuitionisten streng genommen nicht anerkannt werden. Denn für ihn gibt es keine kategorialen Formen, da der Logos nur das Seiende, das unabhängig vom Verstand seine Ermöglichung schon in sich hat, aufdeckt und ihm Eingang in die Vernunft zu verschaffen hat. Da die Sätze von Identität und Widerspruch in der oben gekennzeichneten Gestalt der formalen Form abzulehnen sind, dürfen Identität und Widerspruch nur gelten als Eigenschaften des einzelnen Seienden, die an jedem besonderen Gegenstande im einzelnen Falle vom Logos zu entdecken sind.

Sollen aber Identität und Widerspruch überhaupt möglich sein, dann müssen sie Formen der Erkenntnis sein. A kann nur dann mit sich identisch gesetzt werden, wenn jedes von den non A mit sich identisch ist, d. h. wenn die Identität und damit der Widerspruch Formen sind, die a priori gelten für A und non A, für alles Sein, welches in begriffliche Beziehung miteinander gebracht werden kann. Denn wenn nicht jedes Individuum des Formbezirkes non A (non A = a, b, c, ...) als mit sich selber identisch gesetzt werden könnte, dann würde es auch nicht mit A einen Unterscheidungsgrund gemein haben, es dürfte also nicht zu non A gehören.

Abgesehen davon, daß ohne die Annahme der Existenz von Widerspruch und Identität ein Urteilen, auch das intuitionistische, überhaupt nicht zu erklären ist, muß gerade der Intuitionist die Gültigkeit dieser Prinzipien fordern, da er ausdrücklich die notwendige Gesetzmäßigkeit, der die mathematischen Dinge durch die Zuordnung unterworfen sind, zugibt.

Die Voraussetzung dafür, daß eine Reihe von Gegenständen als unter einem Gesetz, einer Form stehend erkannt werden kann, ist, daß der Verstand sie unter dieser Form erkennt, daß diese Form also vom Verstande herstammt. Die Bedingung, von der die Gegenstände bestimmt werden, wird also nicht offenbart als gleich-

stehend neben den übrigen Eigenschaften der Gegenstände, da sie die Bedingung der Möglichkeit der Erkenntnis über die Dinge ist. Der Logos muß die Dinge in einer Form enthüllen. Das heißt, daß er sie nur in dem Maße entdecken kann, als er sie gleichzeitig spontan erzeugt. So muß der Intuitionist sich selber widersprechen, da demnach der Verstand nicht, wie er behauptet, die Aufgabe haben kann, der Vernunft die Sicht auf das Gegebene durch Wegräumen aller Verdeckungen frei zu machen, sondern da der Verstand das Gegebene erst zu erzeugen hat.

Folgender Widerspruch ergibt sich also für den Intuitionisten: Einerseits muß er ein Gesetz, eine logische Ordnung anerkennen, wodurch die einzelnen, in anschaulicher Besonderheit konstruierten Dinge bestimmt werden, aus dem sie ihre logische Notwendigkeit und ihren logischen Sinn schöpfen. Er muß also ein Gesetz zugeben, das die Ermöglichung der gegenständlichen Existenz begründet, und andererseits hält er an seiner intuitionistischen Grundüberzeugung fest, daß die Existenz nur in der unmittelbar anschaulich ausgeführten Konstruktion zu begründen ist. Von der ersten der beiden widersprechenden Ansichten aus gesehen, muß dasjenige, worin in der zweiten Ansicht der Grund der Existenz gesehen wird, nämlich die wirkliche durchgeführte Konstruktion, zu dem gesetzmäßig und logisch Bedingten, also gerade zu dem Bereich des durch den theoretischen Sinn Ermöglichten gehören.

Die Art dieses Widerspruchs deckt die Verwandtschaft auf, welche den Intuitionismus trotz aller Verschiedenheit mit dem Formalismus im letzten weltanschaulichen Grunde verbindet, denn auch der Formalismus sucht die Ermöglichung der Existenz nur in einer Aeußerung der ursprünglichen lebendigen Ermöglichung, also in dem Bereich des Ewigermöglichten zu begründen, nämlich dem Gebiet der anschaulich-symbolischen, formalistischen Form.

Es ist daher nicht verwunderlich, wenn auch der Intuitionismus einem endlosen regressus verfällt, wie er ähnlich beim Formalismus festgestellt wurde. Das Gesetz nämlich, nach welchem die einzelnen in ihm begriffenen Gegenstände konstruktiv bestimmt und erzeugt werden sollen, welches ihnen also zur Existenz im intuitionistischen Sinne verhilft (z. B. das transfinite Mengengesetz), darf ja nach intuitionistischer Forderung selber nur dann Existenz besitzen, wenn es seinerseits konstruktiv erfaßbar und vorgebbar ist. Diese Konstruktion des Gesetzes aber muß nach einer neuen Vorschrift, einem neuen Gesetze geschehen, welches hinwiederum genau wie das erste, durch die Ausführung seiner konstruktiven Vorgabe auf seine Existenz zu prüfen ist, u. s. f. Der so entstehende endlose regressus muß auch da auftreten, wo man versucht, in der intuitionistischen „Logik" nun doch allgemeine logische Formen einzuführen,

ähnlich den Gesetzen der formalen Logik, wenn auch unter Berücksichtigung des Anwendungsverbotes des tertium non datur. So hat z. B. Heyting[1]) versucht, einen Logikkalkül für die intuitionsitische Logik aufzustellen, der den intuitionistischen Anforderungen gerecht zu werden sucht. So bedeutet z. B. die Formal $a \supset b$ folgenden konstruktiven Sachverhalt: Es ist konstruktiv erwiesen bzw. nachweisbar, daß immer auf ein konstruktiv vorgegebenes a auch die Existenz des b folgt. In diesem Sinne wird die Aufstellung eines vollständigen intuitionistischen Formelsystems versucht.

Das Prinzip dieser Formeln beruht darauf, daß man den bekannten Regeln der formalen Logik ihren formallogischen Giftzahn dadurch auszubrechen versucht, daß man aus diesen formalen Regeln, welche über jeden Gegenstand als solchen, gleichgültig ob er nun konstruktiv vorgebbar ist oder nicht, Gültigkeit besitzen, „konstruktive" Formen macht. Das Wesen dieser Formen hat nach intuitionistischer Auffassung darin zu bestehen, daß durch sie die zwischen den Konstruktionsweisen der einzelnen Gegenstände herrschenden logischen Beziehungen erfaßt werden. Sie bedeuten also nichts anderes als Konstruktionsvorschriften, Gesetze der intuitionistischen Erzeugung der Gegenstände. Aber gerade deshalb ist man bei diesem Vorgehen dem oben angedeuteten regressus verfallen, denn es ergibt sich notwendig die Aufgabe, diesen Konstruktionsvorschriften, welche die konstruktive Erzeugung der Gegenstände bestimmen und ihnen so zur Existenz verhelfen, selber wieder konstruktive Existenz zu sichern, was nur durch neue Konstruktionsregeln und intuitionistische Formen geschehen kann, die jetzt die konstruktiven Vorschriften über die ersten Formen genau so enthalten, wie diese ihrerseits die Konstruktion der von ihnen gesetzmäßig bestimmten Gegenstände vorschreiben. Da jedes Konstruktionsgesetz in seiner konstruktiven Existenz immer bestimmt werden muß durch ein neues Gesetz, das seinerseits wieder konstruktiv zu begründen ist, so entsteht auch hier ein endloser regressus, an dem man sieht, daß ein folgerichtig durchgeführter Intuitionismus von jeder allgemeinen logischen Vorschrift, z. B. einem Logikkalkül abzusehen hat. Denn jeder noch so konstruktiv gefaßte Formbegriff muß als solcher für den Intuitionisten als unzulässig und unbrauchbar für die Existenzbegründung der Gegenstände gelten.

Weltanschaulicher Nachtrag.

Da jede theoretische Forschung aus dem innersten Leben der menschlichen Persönlichkeit in ihrer Ganzheit entspringt, so sind

1) Heyting, l. c., S. 38 f.

auch die in den Theorien des Formalismus und Intuitionismus geäußerten Gedanken nur auf dem Grunde einer bestimmten weltanschaulichen Haltung zu verstehen.

Es sei kurz darauf verwiesen, daß der Streit zwischen den beiden Richtungen kennzeichnend für eine weltanschauliche Epoche war, die keinen Sinn für die ursprüngliche Ganzheit aufbrachte, welche das Ideell-Formhafte und das vom logischen Sinn Betreffene, Stoffhafte in ihrem Grunde vereinigt. Statt die beide Sphären ursprünglich vereinigende Ganzheit als den Grund der Existenz der theoretischen Gegenstände anzuerkennen, sah sie immer nur ganz bestimmte Seiten und Aeußerungen dieser Ganzheit als den eigentlichen Existenzgrund der Gegenstände an. Diese Anschauungen vermögen daher auch den Sinn des wahren Ueberstiegs, den das Ideell-Logische über das Anschaulich-Stoffhafte vollzieht, nicht zu erfassen und können nicht sehen, daß er wesentlich zugleich den Hineinstieg des Logischen in die anschauliche Realität zu bedeuten hat. Der oben nachgewiesene unendliche regressus, vor den die beiden Richtungen gestellt werden, ist als der theoretische Ausdruck für den weltanschaulichen Abgrund, vor dem sie stehen, aufzufassen. Die aus dieser Not sich ergebende Grundlagenkrise konnte daher nur in einer Zeit, die sich durch die beschriebene weltanschauliche Haltung kennzeichnete, Daseinsrecht besitzen. Unsere neue Zeit vermag sich bei dem Aufbau der Wissenschaft auf neuer weltanschaulicher Grundlage über alle derartigen „Krisen", nicht nur die der Mathematik, in dem Maße hinwegzusetzen, in dem sie die weltanschauliche Kraft besitzt, nicht nur bestimmte Teile und äußerliche Merkmale des Geistig-Formhaften oder des Körperlich-Stoffhaften zu betrachten, sondern beide in ihrem Kerne zu erfassen und sie damit in einer ursprünglichen Einheit zu begreifen. Denn das Ideelle sowie das Körperliche jeweils ganz zu erfassen, bedeutet der Ganzheit habhaft zu sein, welche über den beiden Bereichen steht.

IV. Kapitel.

Die kategoriale Einheit zwischen der idealen und der realen Form.

1. Die philosophischen Bedingungen der Möglichkeit dieser Einheit.

Wenn man die philosophischen Folgerungen, die sich aus dem Intuitionismus und dem Formalismus ergeben, betrachtet, so kann man keiner der beiden Richtungen zugestehen, daß sie einer Fragestellung, wie wir sie im einleitenden Kapitel angedeutet haben, fähig sind, viel weniger aber einer Lösung dieser Frage. Denn der Intuitionismus vermag seinem ureigentlichen Gebiete, dem nämlich, was er unmittelbares Erleben der Sachverhalte nennt, ebensowenig gerecht zu werden, wie der Formalismus dem logischen, in der theoretischen Form begründeten Erkennen. Der Intuitionist setzt die Ermöglichung, nach welcher er in seiner Existenzfrage fragt, gleich dem wahllosen, durch keine logischen Reflexionsakte beeinträchtigten und gehemmten Hinnehmen der Sachverhalte. Für ihn wird es deshalb sinnlos, überhaupt eine Ermöglichungsfrage zu stellen, weil jede derartige Frage zwangsläufig nach Bedingungen suchen muß, welche die Möglichkeit der Existenz verbürgen. Ermöglichung kann nur Formcharakter haben oder sie ist keine Ermöglichung. Da aber jede Bedingung eine Form darstellt, unter der etwas möglich sein kann, so muß der Intuitionist folgerichtig immer nur auf den Sachverhalt selber, wie er sich gibt, hinweisen, um dem, was bei ihm Erleben heißen muß, gerecht zu werden. Er muß jeden Versuch, nach den Bedingungen der Möglichkeit dieser Sachverhalte zu fragen, streng unterlassen und darf statt dessen immer nur hindeuten auf die Sache selber. Somit kann sein Erlebnisbegriff auch nicht in den Zusammenhang einer transzendentalen Ermöglichungsfrage gebracht werden.

Ebensowenig vermag uns der Formalist eine befriedigende Antwort auf unsere Frage zu geben. Denn für ihn besteht, wie schon betont, die Ermöglichung der Existenz in derjenigen Art von Form, die als die formalistische Form bezeichnet wurde. Da diese Form als die rein-anschauliche Form, welche in den Begriffen Aussagen und Beziehungen zwischen diesen als ihr alogischer Faktor

enthalten ist, aufgefaßt werden muß, gehört sie selbst in das Reich des Bedingten, Ermöglichten, weil sie ja die Begriffe nicht erst schafft und spontan erzeugt, sondern weil für ihre Existenz das Vorhandensein der Begriffe und der zwischen ihnen bestehenden logischen Verhältnisse, also die Existenz des theoretischen Sinnes vorausgesetzt werden muß. Da bei Hilbert statt der ursprünglichen kategorialen Form dieser formalistischen Form die Existenzermöglichung zugeschrieben wird, kann auch er keiner transzendentalen Fragestellung gerecht werden. Denn überall, wo ein Problem einen transzendentalen Sinn haben soll, muß streng unterschieden werden zwischen der Bedingung und dem Bedingten und an diesem Unterschied festgehalten werden. Eine echte Transzendenz der Form über den Inhalt muß der Problemstellung den Grund geben. Dadurch, daß der Formalist einem Gebiete die Fähigkeit des Transzendierens überträgt — indem er ihm den Charakter der theoretischen Ermöglichung zuschreibt —, welches selber nur immer in den Bereich des Bedingten gehört, sucht er Grund in einer unechten Transzendenz. Die Folge davon ist der oben erwähnte regressus, in den er notwendig hineingetrieben wird, da auch er ähnlich wie der Intuitionist, nicht zu einem letzten, endgültig „Transzendierenden", nämlich der echten theoretischen Form, der Kategorie gelangt, und in dem Bereiche des Bedingten rastlos nach dem eigentlichen Ermöglichungsgrund, dem theoretischen Sinn umhersucht.

So können weder Intuitionismus noch Formalismus in ihren philosophischen Folgerungen eine Antwort geben auf die Frage, wie der Gegenstand in seiner Ganzheit und eine Erkenntnis dieser Ganzheit möglich ist.

Um der Lösung dieser Frage näher zu kommen, werden wir uns zunächst damit zu beschäftigen haben, was unter dem Begriffe des theoretischen Erlebens, welches einer logischen Erkenntnis der gegenständlichen Ganzheit innewohnt, verstanden werden muß, um dann nach seiner kategorialen Möglichkeit zu fragen.

Wie schon erwähnt, ist die reale Kategorie als diejenige Verstandesform anzusehen, welche die Konstituierung eines Gegenstandes in der Raum-Zeit-Wirklichkeit besorgt. Als diejenige Form, welche die reale Wirklichkeit spontan konstituiert, macht es diese Kategorie möglich, daß das Erkenntnisvermögen denjenigen Teil des Gegenstandes, der für eine anschauliche Erfassung in Raum und Zeit bestimmt ist und so hineinragt in die sinnliche Wirklichkeit, in originaler Unmittelbarkeit hinzunehmen vermag. Sie zerteilt den Gegenstand, indem sie ihn einordnet in die Zeit, den Ablauf des Vor- und Nacheinander, und in den Raum, die Ordnung des sinnlichen Neben-, Ober- und Untereinander. Durch diese Aufteilung

in die sinnlich geordneten und auseinander liegenden „Teilansichten", welche diese Form mit dem Gegenstande vornimmt, bewirkt sie, daß dieser Gegenstand von der realen Anschauung auch nur immer in Teilen, die getrennt voneinander liegen, seiner sinnlichen Erscheinung nach diskursiv angeschaut und aufgenommen werden kann.

Die reale Form richtet sich nicht auf die den Gegenstand beherrschende theoretische Einheit, sondern hat die einzelnen, in Raum und Zeit erscheinenden Elemente des Gegenstandes in ihrer Besonderheit, also noch ohne Rücksicht darauf zu bestimmen, daß sie sich in das Ganze des gegenständlichen Wesens einzufügen haben. In der Bestimmung der einzelnen, räumlich-zeitlich voneinander geschiedenen „Teile" des Gegenstandes besteht die eigentliche Leistung dieser Form. Sie vermag, für sich allein genommen, diese Teile immer nur in abgetrennter Vereinzelung und zusammenhanglos zu erfassen, niemals aber kann sie zu einer begrifflichen Bestimmung einer dem Gegenstande innewohnenden Wesensnotwendigkeit einen Beitrag leisten, und die einzelnen Teile zum Ganzen des gegenständlichen Wesens, soweit es in das Gebiet der sinnlichen Anschaulichkeit hineinragt und sich hier entfaltet (also die figürliche Einheit erschafft), vereinigen. Daher kann man von einer diskursiven Aufteilung in sinnlich geordnete und auseinanderliegende Teilansichten sprechen, welche die reale Form mit dem Gegenstande vornimmt, und dadurch bewirkt, daß der Gegenstand auch nur immer in Teilen, die getrennt voneinander liegen, seiner sinnlichen Erscheinung nach angeschaut und rezipiert werden kann.

Die Bestimmungen, welche über das Wesen und die ihm innewohnende theoretische Notwendigkeit Angaben enthalten, stammen aus einem Gebiet von Kategorien, welches grundsätzlich über das der realen Form hinausgeht, nämlich dem Bereich der idealen Kategorie. Durch die spontane Aktivität dieser Kategorie wird die aller diskursiven Zerstückelung vorgängige Wesenseinheit des Gegenstandes entworfen. Gegenüber der spontanen Tätigkeit der realen Kategorie, welche die von ihr allein geschaffenen Begriffe von dem in ihnen jeweils begriffenen Seienden derart eingenommen und in ihm befangen sein läßt, daß sie nur immer isolierte gegenständliche Teile diskursiv zu erfassen vermögen, aber niemals einer Ganzheit des Gegenstandes und theoretischen Wesenszusammenhängen gerecht werden können, schafft die ideale Form die Ermöglichung dafür, daß den von ihr kategorial bestimmten theoretischen Begriffen das Vermögen der Geltung und der Freiheit innewohnt. Gerade diese von der idealen Form herrührende Freiheit gibt den Grund für die Wesensnotwendigkeit der theoretischen Gegenstände.

Denn nur deshalb, weil von der idealen Kategorie der allen gegenständlichen Teilen vorhergehende freie Entwurf der Wesenseinheit geleistet wird, kann in die von der realen Form in diskursivem Nacheinander konstituierten gegenständlichen Teile ein notwendiger theoretischer Zusammenhang gebracht werden.

Dieser Unterschied zwischen den beiden Formen ist ganz entsprechend zu beobachten bei den Anschauungen, auf welche sich diese Formen jeweils beziehen. Die reale Anschauung ist dadurch gekennzeichnet, daß sie sich in wahlloser Folge ihre sinnlichen Inhalte diskursiv aufgeben läßt. Das der idealen Anschauung aber zueigene Vermögen ist anderer Natur. Entsprechend der Tatsache, daß die ideale Kategorie den Entwurf der Wesenseinheit zu leisten hat, muß auch die in ihr wirkende Anschauung ihren Gegenstand in notwendige anschauliche Ordnungszusammenhänge hineinstellen, da ja die in den kategorialen Wesensverhältnissen liegende Notwendigkeit auf die rein anschaulichen Verhältnisse, die dem Wesen innewohnen, zu übertragen sind. Diese Anschauung darf nicht derart vom Seienden eingenommen und gefangen sein, daß sie sich im diskursiven Ablauf alle Anschauungsgehalte am Seienden, für die ihr ein Zugang gestattet ist, in wahlloser Folge aufdrängen läßt, wie das im realen Falle geschieht. Daher ist sie nur für die anschauliche Aufnahme solcher Anschauungsinhalte prädestiniert, die in ein notwendiges Wesensgesetz eingeordnet sind. Nur diejenigen Anschauungen, die von diesem Gesetze mitgeordnet werden, schließt sie ein in den Bereich der von ihr zu erfassenden anschaulichen Gegenstandsbestimmungen, alle andern schließt sie aus. Sie ist als die in dem logischen Ein- bzw. Ausschließen wirkende Anschauungsform aufzufassen. Die Eigenschaft des Auswählens, welche für diese Art der Anschauung bezeichnend ist, wird sich im Folgenden als diejenige schöpferische Leistung erweisen, die wir als eine Haupteigenschaft des theoretischen Erlebens forderten. Denn da sich die von dieser Anschauung vollzogene anschauliche Auswahl an das Kriterium des Wesens zu halten hat, muß in ihr der Entwurf der die gegenständliche Notwendigkeit begründenden Wesenseinheit — soweit diese das alogische Gebiet der Anschauung angeht — geschehen sein, welche aller diskursiv zu erfassenden Vielheit der gegenständlichen Teile vorhergeht. Eine Anschauung, welche dem theoretischen Erkennen der Ganzheit des Gegenstandes als alogischer Gehalt innewohnt, muß somit als eine „Komponente" diese ideale Anschauung enthalten, als den anschaulichen Ort des schöpferischen Wesensentwurfes. Erst einem diese ideale Anschauung in sich bergenden Anschauungskomplex hat man berechtigterweise die Fähigkeit des theoretischen Erlebens zuzuschreiben.

Von einer Anschauung, die ein theoretisches Erleben zu leisten vermag, ist nämlich zweierlei zu fordern. Erstens muß in ihr die eben besprochene Leistung des anschaulichen Entwurfes der gegenständlichen Wesenseinheit vollziehbar sein, wie es bei der idealen Anschauung der Fall ist. Zweitens aber muß es ihr möglich sein, die für das Erleben notwendige Unvoreingenommenheit zu zeigen, um eine „unmittelbare" und unverstellte Aufnahme des Gegenstandes in seiner sinnlichen Wirklichkeit vollziehen zu können. Dieser letzten Forderung vermag nur die reale Anschauung gerecht zu werden, da es ihre Bestimmung ist, für die Erfüllung der Wesenseinheit in der sinnlichen Wirklichkeit, für deren konstruktive Realisierung zu sorgen.

Unsere gesuchte erlebensfähige Anschauung kann also nur als eine Einheit zwischen den beiden Anschauungen des idealen und des realen Anschauungsgebietes bestehen. Da es diese Einheit der beiden Anschauungen ist, welcher der Charakter des theoretischen Erlebens zugeschrieben werden muß, so muß es auch diese anschauliche Einheit sein, die dem theoretischen Erkennen der gegenständlichen Ganzheit als sein anschauliches Medium angehört, da dieses Erkennen in der Erschaffung von Begriffen und Urteilen besteht, als deren alogischer Gehalt das schöpferische Erleben theoretischer Gegenständlichkeit zu gelten hat. Wir haben uns daher jetzt mit der Frage zu befassen, wie diese Einheit der Anschauungen möglich sein kann. Vor der Beantwortung dieser Frage sei noch eine genaue Kennzeichnung dieser den beiden Anschauungen zugrundeliegenden Einheit vorgenommen.

Es wurde bemerkt, daß jede Anschauung das Mittel und zugleich das Medium ist, durch welches und in welchem sich Verstandesformen gegenseitig spontan bestimmen. So bestimmen sich die Formen des Setzens und des Entgegensetzens im Falle der realen Konstitution im Medium der Raum-Zeit-Sinnlichkeit, im Falle der idealen Konstitution dagegen im Medium des ideal-anschaulichen „Auswählens". Wie sich aber Setzen und Entgegensetzen im idealen und im realen Bereiche jeweils gegenseitig spontan gegenüberstellen, so geschieht in der gleichen Weise eine Spontanbestimmung zwischen der idealen und der realen Form selber. Diese Bestimmung aber, welche beide Formen aneinander vornehmen, fordert ein anschauliches Medium, in dem sie sich vollziehen kann. Diese Anschauung muß insofern von den beiden bisher behandelten, der realen und der idealen Anschauung verschieden sein, als sie ihre anschauliche Gültigkeit nicht auf eines der beiden voneinander getrennten Gebiete, das reale oder das ideale Gebiet beschränken darf, sondern ebenso sinnvoll im räumlich-zeitlichen Gebiete zu sein hat, wie in dem Bereiche der Wesens-

kategorie, des idealen Ein- bzw. Ausschließens. Sie muß also die sinnlichen Mannigfaltigkeiten und die ihr „vor Augen kommenden" Eindrücke in ihrer unmittelbaren Vorfindlichkeit wahllos hinnehmen können, wie es die ideale Anschauung vermag. Gleichzeitig aber hat unsere Anschauung noch eine zweite Bedingung zu erfüllen. Sie muß nämlich noch dazu imstande sein, nach der Art der idealen Anschauung eine schöpferische Auswahltätigkeit zu entfalten und gerade nur die Wesenseinheit und -notwendigkeit, die den Gegenstand beherrscht, im Blick zu behalten. Diese Art der Anschauung, die beiden Anforderungen zugleich zu genügen vermag, muß der anschauliche Ort sein, in dem sich die idealen und die realen Kategorien auseinandersetzen und bestimmen. Sie muß nämlich den bei dieser Auseinandersetzung geleisteten, in das Gebiet des figürlich-konstruktiven hineinragenden Gegenstandsbestimmungen ebenso eine anschaulich-sinnliche Begründung geben können, wie sie gleichzeitig die ideale Kategorialform bei ihrem Aufbau des gegenständlichen Wesens anschaulich unterstützen muß. Daraus folgt, daß dieses zwischen idealer und realer Form vermittelnde Anschauungsgebiet zugleich die anschauliche Einheit sein muß, durch welche ideale und reale Anschauung vereinigt werden. Diese ursprüngliche Einheit nun ist im Folgenden daraufhin anzusehen, welche Wirkung sie auf ihre „Komponenten", die ideale und die reale Anschauung, und auf deren gegenseitiges Verhältnis ausübt.

Die idealen und die realen Kategorien sind aufeinander durch das angegebene wechselseitige Spontan-Rezeptiv-Verhältnis aufeinander bezogen. Soll unsere gefundene Anschauungseinheit das Beziehungsmedium zwischen den beiden Formgebieten sein, so muß das zwischen den kategorialen Formen herrschende Wechselverhältnis in ein entsprechendes anschauliches Verhältnis zwischen den Anschauungskomponenten: ideale und reale Anschauung zu übertragen sein. Das hat zu bedeuten, daß sich ideale und reale Anschauung gegenseitig aufeinander beziehen und sich wechselseitig bestimmen müssen. Dadurch stellen sie unter sich ein Verhältnis her, welches der Wechselbestimmung zwischen idealer und Kategorialform entspricht und vom Bereiche der kategorialen Form in das Gebiet der Anschauung übertragen ist. Wenn man auch im Anschauungsbereiche nicht von einem spontanen gegenseitigen Verhalten zwischen beiden Anschauungsformen reden darf, so hat man doch zuzugeben, daß jedesmal die eine Anschauung gegenüber der andern in Führung kommt und daß sich beide in der Eigenschaft führend zu wirken gegenseitig abwechseln. Die eine „Komponente" unserer Anschauungseinheit tritt einmal führend auf, indem sich die andere leiten läßt, und ein anderes Mal kehrt sich das Verhältnis um. Und zwar ist für jeden der beiden Fälle der anschaulichen

Auseinandersetzung zwischen den Komponenten die Rolle maßgebend, welche jedesmal im Gebiete der theoretischen Form die beiden Kategorien, ideale und reale Kategorie, spielen. Nimmt z. B. die ideale Kategorie gegenüber der realen die Stellung der spontanen Aktivität ein, so wird das Gebiet der auf diese ideale Form bezogenen Anschauungsgehalte, nämlich die ideale Anschauung, in Führung kommen gegenüber der realen Anschauung. Im umgekehrten Falle gilt das Entsprechende.

Zur Verdeutlichung dieser Sachverhalte werde ein Beispiel herangezogen. Ein Gegenstand, etwa beispielsweise der Gegenstand Dreieck wird in doppelter Weise konstituiert: von der idealen und der realen Form. Der Gegenstand ragt daher auch in zwei Anschauungsgebiete hinein: in das Gebiet der idealen sowie dasjenige der realen Anschauung, und ist daher anschaulich begründet in der beide Anschauungskomponenten zusammenschließenden ursprünglichen Anschauungseinheit.

Wirkt nun z. B. die ideale Form des Wesens als die Kategorie der spontanen Aktivität gegenüber der realen Form, so übernimmt die zweite Form die Aufgabe der spontanen Rezeption. Im Bewußtsein wird dann die den Gegenstand begründende Wesenseinheit und deren theoretische Notwendigkeit, die hinter allen Konstruktionen vorgegebenen Teilen des Gegenstandes steht, deutlich. Die Rezeptivtätigkeit der realen Kategorie bewirkt in diesem Falle, daß die durch die ideale Form geleistete Wesensklärung stets mit dem Blick auf die gleichzeitig notwendig bestehende Möglichkeit einer realen Individuation dieses Wesens — oder, mit Beziehung auf unseren Gegenstand Dreieck gesprochen, einer realen Erfüllung des Wesens: Dreieck durch Konstruktion eines ganz bestimmten Dreiecks — geschieht. Dieser kategoriale Fall bringt es mit sich, daß auf der Seite der Anschauung die ideal-anschauliche Komponente der Anschauungseinheit gegenüber der real-anschaulichen in Führung gelangt. Diese letzte Anschauung, welche als das anschauliche Medium der Konstruktion und der räumlichen Repräsentation des Wesens zu gelten hat, tritt in dem Falle der aktiven Spontaneität der Wesenskategorie gegenüber der führenden idealen Anschauung in den Hintergrund, sie wird von ihr überdeckt. Diese Tatsache der Ueberdeckung der realen Anschauung durch die ideale hat nicht eine gänzliche Ausschaltung dieser anschaulichen Komponente zu bedeuten. Denn die ideale entwerfende Anschauung, die dem Wesen innewohnt, kann nur deshalb ihre für die theoretische Begrifflichkeit notwendige Tätigkeit leisten, weil sie sich auf die reale Anschauung bezieht. Sie vermag nämlich nur diejenigen Bestimmungen für den anschaulichen Aufbau der gegenständlichen Wesenseinheit zu verwenden, für welche die Möglich-

keit einer konstruktiven Repräsentation in der realen Anschauung, einer realen „Erfüllung" besteht. Nur solche Bestimmungen können — um auf unser Dreiecksbeispiel zu kommen, — für das Wesen des Dreiecks Bedeutung haben, welche eine Deutung im räumlichen Konstruktionsgebiet zulassen.

Nimmt man jedoch im Gegenfalle an, daß die reale Kategorie aktiv spontan wird gegenüber der idealen, daß also im Bewußtsein derjenige Teil des Gegenstandes, welcher hineinragt in das räumliche Anschauungsgebiet und in den Bereich der sinnlichen Erfüllung der Wesensbeziehungen, ausdrücklich herausgestellt wird, dann gelangt die reale Anschauung in Führung gegenüber der idealen. Denn jetzt wird die reale Repräsentation des Gegenstandes in der räumlichen Sinnlichkeit in bewußter Anschauung erfaßt. Weil aber die reale Anschauung nicht für sich allein wirkt, sondern mit der idealen zusammen in einer ursprünglichen Einheit begründet ist, folgt, daß diese repräsentative Konstruktion nur die Versinnlichung eines durch die ideale Anschauung entworfenen und somit nachträglich zu entdeckenden Wesens sein kann. Nur diejenigen räumlichen Bestimmungen können eine theoretische Existenz besitzen, welche die reale Erfüllung eines Wesens darstellen.

Die Behauptung, die eine Anschauungskomponente trete jedesmal in Führung gegenüber der andern, widerspricht nicht der Tatsache, daß jede Anschauung als Bestimmungsmedium von kategorialen Formen sich ihr Material passiv aufgeben lasse. Die Führungseigenschaft, von der hier die Rede ist, ist als anschauliche Bestimmung nur im Zusammenhang mit dem theoretischen Verhältnis, das zwischen der idealen und der realen Kategorialform besteht, zu verstehen. Daß die eine der beiden Anschauungen, etwa die ideale, gegenüber der realen bestimmend auftritt, ist nur deshalb möglich, weil diese Anschauung das alogische Mittel des idealen Kategorienbereiches darstellt, welcher seinerseits in diesem Falle die Eigenschaft der aktiven Spontaneität gegenüber dem realen, jetzt rezipierenden Formengebiet annimmt, dem die reale Anschauung als anschaulicher Gehalt innewohnt.

Nach einer Betrachtung der Art und Weise, wie die Anschauungseinheit als das Bestimmungsmittel zwischen idealer und realer Form wirksam ist, haben wir uns jetzt danach umzusehen, wie diese Einheit der beiden Anschauungen möglich sein kann. Als „Vermögen", das nur im ursprünglichen Bezuge zum Verstand zu existieren vermag, kann sie diese ihre Ermöglichung nicht selbständig und ohne Abhängigkeit vom Bereich des Theoretischen begründen. Da sie das Mittel zwischen den sich bestimmenden Kategorialformen ist, ist die Frage nach ihrer Ermöglichung mit der andern Frage gleichbedeutend, unter welcher Bedingung überhaupt

eine gegenseitige Bestimmung zwischen den Kategorien möglich ist. Diese Bedingung gilt es jetzt aufzusuchen.

Die spontane Wechselbestimmung, welche die theoretischen Grundformen des Setzens und des Entgegensetzens, und in Abhängigkeit von diesen Formen auch die Kategorien des idealen und des realen Bereiches aneinander gegenseitig vornehmen, hat eine zweifache Leistung zu erfüllen: Sie übernimmt die Aufgabe der gegenseitigen Beschränkung und diejenige der gegenseitigen Erweiterung.

Die von beiden Formen aufeinander bewirkte Beschränkung hat im Folgenden ihren Grund: Dadurch, daß von den beiden Formen immer die eine Form auf die andere theoretisch bestimmend wirkt, entsteht der Unterschied zwischen einer bestimmenden und einer bestimmten Form, zwischen einer Bedingung und einem Bedingten. Durch diese Unterscheidung werden die beiden Gebiete, das der Bedingung und dasjenige des Bedingten, voneinander durch theoretische Grenzen abgegrenzt, und jedes Gebiet wird gegenüber dem andern in seine Schranken verwiesen, also eingeschränkt. Da das Bestimmte nur da existiert, wo sich eine Bestimmung findet, und umgekehrt, kann sich die Gültigkeit jeder der sich bestimmenden Formen nur immer auf ein eingeschränktes Gebiet, nämlich auf dasjenige erstrecken, in dem gleichzeitig die andere Form Gültigkeit besitzt. (Da die Anschauung das Mittel ist, durch welches sich die Formen bestimmen und somit auch beschränken, kennzeichnet sie zugleich einen Bereich, in welchem die beiden sich bestimmenden Formen zusammentreffen. Sie ist zugleich das Medium, in welchem die gegenseitige theoretische Beschränkung der Formen stattfindet.) Je mehr sich die Formen gegenseitig beschränken, umso größer wird für die Anschauung die Möglichkeit, den alogischen Gehalt einer immer engeren Einschränkung und Besonderung des Gegenstandes abzugeben, ihn also immer mehr im anschaulichen Sinne zu individualisieren. Denn mit einer zunehmenden Beschränkung der Formen untereinander nehmen die Gründe der Besonderung zu, es mehren sich die Bestimmungsstücke für einen zu individualisierenden Gegenstand. Gleichzeitig mit den theoretischen Individuationsbestimmungen mehren sich aber auch die diesen begrifflichen Gebilden innewohnenden alogischen Bestimmungsstücke.

In dem gleichen Maße aber, in dem sich die kategorialen Formen gegenseitig beschränken, findet eine entsprechende theoretische Erweiterung statt, welche beide Formen aneinander vornehmen. Denn wenn sich diese Formen gegenüberstehen wie die Bedingung und das Bedingte, dann muß in eben demselben Maße, in dem die Größe des Gebietes, in welchem die Bedingung gültig ist, zunimmt,

eine Erweiterung desjenigen Bereiches stattfinden, welchen das Bedingte theoretisch erfüllt. Die jedesmal bedingende Form hat nämlich in aktiver Spontaneität die theoretischen Grenzen zu setzen, welche von der bedingten Form rezeptiv anzuerkennen sind. Nur in dem Falle der Rezeptivitätseigenschaft der mit der Aufgabe der bedingten Form beauftragten Kategorie vermag die bedingende Form ihre Tätigkeit der theoretischen spontanen Grenzsetzung zu entfalten. Je „weiter" sich nun das in diesen theoretischen Grenzen eingeschlossene logische Gültigkeitsgebiet der bedingenden Form ausdehnt, umso größer muß daher das Gebiet sein, in welchem die diese theoretischen Grenzen rezipierend anerkennende bedingte Form Gültigkeit besitzt. Somit kann eine theoretische Erweiterung, welche die eine der Formen mit dem Gebiete ihrer theoretschen Gültigkeit vornimmt, nicht auf dieses beschränkt bleiben, sondern muß notwendig auch mit dem Gültigkeitsbereiche, auf den sich die ihr gegenüberstehende Kategorialform richtet, vorgenommen werden. Nun ist jede spontane Durchführung einer theoretischen Grenzsetzung und einer damit verbundenen Bestimmung, welche die eine Form mit der andern vornimmt, insofern als eine Erweiterung ihres eigenen Geltungsbereiches anzusehen, als sie für die Ausführung dieser Tätigkeit gleichsam das Gebiet der theoretischen Bestimmungsstücke zu vergrößern hat, mit Hilfe deren sie auf die andere Form bestimmend einwirkt. Wenn daher aus der ersten kategorialen Tätigkeit der Beschränkung hervorgeht, daß die eine Spontanform die andere durch die Tätigkeit der theoretischen Grenzsetzung beschränkt und dann umso mehr einengt, je mehr sie ihre Leistung der theoretischen Grenzsetzung fortsetzt und ihren Geltungsbereich, den sie mit den geschaffenen Grenzen umgibt, gleichsam ausbreitet, um dadurch die andere Form bestimmend zu beschränken, so folgt jetzt aus dem Prinzip der Erweiterung, daß mit der Enschränkung notwendig zugleich eine gegenseitige Erweiterung des Geltungsbereiches der Formen einhergeht.

Um den Sinn dieser Gleichzeitigkeit von kategorialer Beschränkung und Erweiterung an dem Beispiel eines formallogischen Sachverhaltes klarzumachen, möge das formale Verhältnis zwischen dem Allgemeinen und dem Besonderen daraufhin angesehen werden. (Oben wurde die Korrespondenz: Identität = Allgemeines und Entgegensetzung = Besonderes hervorgehoben.) Dem ersten kategorialen Prinzip, dem der gegenseitigen Einschränkung der Formen entspricht die formale Tatsache, daß die Bestimmungen, welche eine Vereinzelung des Besonderen leisten, nur aus denjenigen abzuleiten sind, durch welche der das Besondere enthaltende Allgemeinbegriff konstituiert wird. Und umgekehrt ist das Allgemeine nur

bestimmbar aus der Eigenart der besonderen Individuen, die es enthält. Von einer gegenseitigen Beschränkung zwischen Allgemeinem und Besonderem kann man deshalb sprechen, weil eine immer bestimmtere Festlegung des einen eine entsprechend engere Grenzsetzung für das Gültigkeitsgebiet des anderen zur Folge hat. Je eingehender man z. B. bestimmt, was man unter dem Wesen etwa einer mathematischen Menge verstanden wissen will, umso kleiner und „ausgewählter" wird die Anzahl der Gegenstände sein, die in dem von ihr geschaffenen Allgemeinbegriffe: Menge als besondere Individuen enthalten sind.

Zugleich aber ist neben dieser Einschränkung die theoretische Erweiterung nachweisbar, die das Allgemeine und das Besondere aneinander vornehmen. Denn die erhöhte Möglichkeit einer Individualisierung des Besonderen geht Hand in Hand mit einer Vermehrung der Bestimmungen, welche den dieses Besondere enthaltenden Allgemeinbegriff kennzeichnen. So wird z. B. der Allgemeinbegriff Mensch umso weiter zu fassen sein, je mehr die Möglichkeit besteht, ein menschliches Individuum begrifflich durch logische Bestimmungen zu besonderen, da er ja alle Individuationsbestimmungen, durch welche der betreffende Einzelmensch charakterisiert wird, als logische Sonderbestimmungen zu enthalten hat und sich daher auf ein umso größeres Gültigkeitsgebiet erstreckt, je mehr Individuationsbestimmungen sie als Sonderbegriffe zu vereinigen hat.

Die grundlegende Bedeutung dieser beiden von den kategorialen Formen zu gleicher Zeit geübten theoretischen Tätigkeiten, der Beschränkung und der Erweiterung, ist auch daraus ersichtlich, daß der Unterschied beider diejenige Unterscheidung möglich macht, welche man in der Geltungsphilosophie zwischen dem Sein und dem Gelten zu machen pflegt. Denn das Sein bedeutet die Art und Weise einer Existenz, welche gebunden ist in einschränkenden Grenzen, ohne die Möglichkeit und die Freiheit zu haben, selbst über diese Grenzen zu bestimmen und jemals eine theoretische Ermöglichung zu leisten, also immer als das Ermöglichte, Bedingte an aller Existenz zu gelten hat.

Das Gelten entstammt der Fähigkeit des theoretischen Verstandes zu erweitern. Durch die Handlung des Erweiterns dokumentiert der Verstand seine Fähigkeit über die Grenzen und das in ihnen Beschränkte und Bedingte hinauszuschreiten in den Bereich der freien Möglichkeit und des Wertes.

Daß an allen Produkten des theoretischen Verstandes beide, das Sein wie das Gelten, beteiligt sind, ist ein Zeichen dafür, daß

jeder Begriff und jedes Urteil gleichzeitig durch Beschränkung und durch Erweiterung zustande kommen muß.

Eine gegenseitige Bestimmung zwischen den Verstandesformen ist somit nach dem bisher gewonnenen Ergebnis nur möglich unter den beiden kategorialen Bedingungen: die Formen müssen einander einschränken und sich gleichzeitig gegenseitig erweitern. Diese beiden Leistungen des theoretischen Verstandes bilden demnach auch die Bedingungen der Möglichkeit einer theoretischen Existenz überhaupt.

Durch die Tatsache, daß eine gegenseitige kategoriale Beschränkung zwischen den beiden theoretischen Formen gleichzeitig mit einer Erweiterung einhergeht, ist dafür gesorgt, daß dem Geltungsquantum der einen, etwa der idealen Form, ein gleiches „Quantum" der andern, also der realen Kategorie entspricht. In demselben Grade, wie das gegenständliche Wesen von der idealen Kategorie bestimmt wird, muß dessen „konstruktive" Repräsentation in der realen Wirklichkeit durch die reale Kategorie ermöglicht sein. Nur an demjenigen Seienden kann die eine der beiden Formen, die ideale und die reale Kategorie, einen spontanen Anteil nehmen und sich ihm mit der Absicht zuwenden, ihm einen theoretischen Sinn aufzuprägen, welches gleichzeitig durch die andere Form in rezeptiver Spontaneität aufgenommen wird. Nur dasjenige Seiende kann also zu einem Wesen werden, das gleichzeitig in der sinnlichen Anschauung repräsentierbar ist, und umgekehrt vermag nur der seiner Wesenseinheit nach bestimmte Gegenstand eine theoretisch sinnvolle Bestimmung in der realen Wirklichkeit erfahren.

Die Tatsache der Gleichzeitigkeit beider kategorialer Leistungen, der des Beschränkens und derjenigen des Erweiterns, weist darauf hin, daß die einander bestimmenden Formen nicht in einer zufälligen Beziehung zueinander stehen, und nur zufällig gemeinsames Geltungsmaterial besitzen, sondern ihre theoretische Leistung ausschließlich nur für und wegen einander auszuführen vermögen.

Wie schon betont wurde, leistet die ideale Kategorie den spontanen Entwurf der Wesenseinheit des Gegenstandes unter der Bedingung, daß mit der gegenständlichen Wesenskonstitution notwendig zugleich eine reale Repräsentation des Wesens durch die reale Kategorialform verbunden ist, daß also das Wesen durch reale Konstruktionsakte in der sinnlichen Anschauung erfüllt werden kann. Die Einheit des Wesens muß notwendig durch zeitlich-räumliche Inhalte erfüllt werden, deren originale, unmittelbare Hinnahme der realen Kategorie obliegt. Diese Eigenschaft der Wesensform nun, die in der Forderung seiner realen Erfüllung und Konstruktion liegt, macht es dieser möglich, die Entfaltung der ursprünglichen Ganzheit im theoretischen Gebiete zu verbürgen.

Sollen beide Formen, die ideale und die reale Kategorie, dazu fähig sein, den Gegenstand in seiner Ganzheit zu bestimmen, so müssen sie selber in einer ursprünglichen Ganzheit gründen, sie müssen in einer organischen Einheit zusammengeschlossen sein. Die Tatsache, daß sie beide nicht durch die Verbindung des logischen: Und vereinigt sind und in dieser Art der Verbundenheit den Gegenstand konstituieren, sondern daß sie in einem notwendigen Abhängigkeitsverhältnis zueinander stehen, muß aus der Gleichzeitigkeit der beiden angedeuteten Beziehungen, der gegenseitigen Beschränkung und der Erweiterung, gefolgert werden. Erst der Umstand, daß beide kategoriale Tätigkeiten zugleich geleistet werden, schafft die Berechtigung dafür, den notwendigen Zusammenschluß derjenigen Formen zu einer ursprünglichen Einheit zu behaupten, die sich in der angegebenen Weise gegenseitig bestimmen. Denn erst das Zugleichbestehen von Beschränkung und Erweiterung kann die Gewähr dafür geben, daß das Seinsmaterial, welches von den Kategorien theoretisch zu umformen ist, für beide Formen jedesmal ein und dasselbe ist, und daß die eine Form immer nur „soviel" Geltung für dieses Material besitzt, wie sie auch der andern Form zukommt.

Nur unter dieser Bedingung der ganzheitlichen Einheit zwischen idealer und realer Form ist auch ein Erfassen der gegenständlichen Ganzheit möglich. Und die Einheit, auf Grund deren die beiden Formen wirken, kann sich selbst nur unter der Bedingung die Möglichkeit ihrer Entfaltung im theoretischen Bereiche geben, daß ihre beiden Formen die gleichzeitige Tätigkeit der Beschränkung und der Erweiterung aufeinander ausüben. Diese kategoriale Bedingung, welche von den Formen erfüllt werden muß, läßt sich auch so aussprechen: Je mehr der theoretische Verstand in das Gebiet der Konstitution der gegenständlichen Wesensnotwendigkeit fortschreitet, umso tiefer wird er zwangsläufig in das Gebiet der realen Formung hineingetrieben und umgekehrt. In je vollkommeneren Grade die eine der beiden Formen, die ideale oder die reale, den ihr aufgegebenen Teil der gegenständlichen Ganzheit bestimmt und konstituiert, umso vollkommener wird — das folgt aus dem Wesen dieser Formen — ganz von selbst die gegenständliche Konstitution desjenigen Teiles der Ganzheit sein, für dessen theoretische Bestimmung die andere der beiden Formen zu sorgen hat. Daraus folgt: Je größer die Möglichkeit ist, den Gegenstand in seine unmittelbare reale Gegebenheit hineinzuverfolgen, — d. h., m. g., ihn zu konstruieren, — umsomehr wird gerade dieser Gegenstand in seiner Wesenseinheit und -notwendigkeit erfaßt und bestimmt sein müssen. Umgekehrt gilt aber auch, daß der Grad, in dem das gegenständliche Wesen offenbar geworden ist, da-

durch ganz von selbst bestimmt wird, wie weit der betreffende Gegenstand in seine konstruktive Vorgegebenheit hinein verfolgt wurde.

Die Kenntnis der eben behandelten notwendigen Bedingung für die Möglichkeit einer ganzheitlichen Einheit zwischen den Kategorien verschafft uns auch Aufschluß über den Grund der Anschauungseinheit, in welcher sich die ideale und reale Anschauung ursprünglich vereinigen. Die Ermöglichung dieser Einheit war in Frage gestellt. Die kategoriale Bedingung dieser Ermöglichung kann jetzt als aufgefunden gelten. Sie besteht nämlich in der ganzheitlichen Einheit derjenigen kategorialen Formen, deren anschauliches Bestimmungsmedium diese Anschauungseinheit zwischen der idealen und der realen Komponente darstellt.

Daraus ergibt sich, daß die betreffende Anschauungseinheit den Charakter der Notwendigkeit an sich trägt. Das heißt, daß sich diese Einheit ebenso wie im Falle der Kategorie nicht aus idealer und realer Teilanschauung additiv zusammensetzt, sondern eine ursprüngliche organische Ganzheit darstellt. Der Gegenstand wird nicht anschaulich bestimmt in einer idealen Anschauung, und dazu noch in einem realen Anschauungsgebiet, sondern er kann als Ganzheit nur deshalb ideal bestimmt sein, weil er zugleich real erfaßbar ist und umgekehrt. Nicht nur immer da, wo eine reale Bestimmung des Gegenstandes vorliegt, geschieht auch beiläufig eine gegenständliche Verankerung in dem Gebiete der Wesensnotwendigkeit, sondern gerade dann vermag die eine der beiden Anschauungen den Gegenstand umsomehr in ihrem Sinne anschaulich zu bestimmen, wenn dieser von der andern Anschauung in möglichst weitgehendem Maße anschaulich gekennzeichnet ist.

Wenn aus der Einheit der beiden theoretischen Formen, der idealen und der realen Kategorie, folgt, daß eine immer tiefere Fundierung im Wesen, dem Gebiete der idealen Konstitution, notwendig gleichbedeutend ist mit einer stets weitergetriebenen konstruktiven Realisierbarkeit des Gegenstandes, so ist damit zugleich diejenige Bedingung, unter der die entsprechenden Anschauungsgebiete, die ideale und die reale Anschauung, zusammen eine schöpferische Einheit bilden, gekennzeichnet. Sie besteht darin, daß gerade dann, wenn die Ermöglichung vorliegt, sich dem Gegenstande weitgehend im real-anschaulichen Sinne zu nähern, zugleich die Möglichkeit besteht für eine entsprechend zureichende anschauliche Erfassung des Wesens, also in desto höherem Grade gesorgt ist für den anschaulichen Entwurf der Wesenseinheit. Der Grad dessen, wie weit eine diskursiv originale Aufnahme der anschaulichen Gegenstandsbestimmungen im Gebiete der realen Anschauung

möglich ist, ist maßgebend dafür, wie weit die Möglichkeit für eine schöpferische Auswahl besteht, welche der idealen Anschauung obliegt. Die Berechtigung dieser Auswahltätigkeit, in der eine Auslese der anschaulichen Wesenszüge vollzogen wird, die Eigenschaft der Produktion zuzuschreiben, hat in dem der real-diskursiven Erfüllung vorgängigen Entwurf der Wesenseinheit des Gegenstandes ihren Grund. So ist die zustande kommende Anschauungseinheit fähig, das Ganze des gegenständlichen Wesens anschaulich zu erfassen. Sie entwirft in ihrer schöpferischen „Passivität" die Einheit des Wesens und vermag gerade deshalb die reale Anschauung zu veranlassen, die real-anschaulichen Bestimmungen, welche für eine konstruktive Erfüllung der durch die ideale Form geschaffenen Wesenseinheit notwendig sind, zu ermöglichen. Unsere Anschauungseinheit darf auf Grund dieser Eigenschaften den Namen eines theoretischen Erlebens führen.

Die ideale Anschauung, durch welche der anschauliche Entwurf des Wesens und zugleich die Auswahl der Wesensbestimmungen stattfindet, ist wegen ihrer Begründung in der Ganzheit auf die reale bezogen, wie umgekehrt die real-sinnliche Anschauung auf das Wirken der idealen Wesensanschauung angewiesen ist. Für den Gegenstand ergibt sich aus dieser Tatsache, daß seine anschauliche Existenz auf Grund der ihn ermöglichenden Ganzheit in demselben Maße sinnlich bestimmt ist, in dem sie in das Gebiet des Wesens hinein verfolgbar ist. Daraus ergibt sich weiter, daß das „körperhafte", d. h. — in der der mathematischen Gegenständlichkeit zukommenden Sprache — zeichenhafte Dasein des Gegenstandes sich nicht nur auf dessen sinnliches Dasein, seine Existenz im Raume bzw. in der Zeit, bezieht. Lediglich einen Ort im Raume einzunehmen oder einen Zeitraum auszufüllen, hat für den Gegenstand noch nicht die Bedeutung, auch als Zeichen zu existieren, ebenso wenig wie es in der Welt des Lebendigen für das körperliche Dasein eines Lebewesens genügt, nur im Raume eine Ausdehnung und in der Zeit eine Dauer zu besitzen. Da das Gebiet der Anschauung überhaupt über die Sinnlichkeit hinaus- und in die nichtsinnliche Sphäre des Wesens hineinragt, so muß das körperliche, zeichenhafte, d. h. das im weitesten Sinne genommene anschauliche Dasein des Gegenstandes auch von nichtsinnlichen Wesensbestimmungen her ganzheitlich begründet sein.

Diese Tatsache, daß sich zeichenhaftes Dasein des Gegenstandes nicht nur in dessen sinnlicher Gegebenheit erschöpft, sondern auch im nichtsinnlich-anschaulichen Wesen verankert ist, eröffnet den inhaltlichen Sinn der oben als Ermöglichungsgrund aller besonderen Anschauung erkannten Anschauungsganzheit. Denn in dieser Ganzheit sind sinnliche und wesenhafte Anschauungen ur-

sprünglich vereinigt und werden, beim empirisch theoretischen Anschauungsprozeß sich voneinander absondernd und entzweiend, in ihrer gegenseitigen Abgeschlossenheit erst auf dem Grunde ihrer ursprünglichen Ganzheit möglich.

Wenn der Sphäre der Ganzheit, wie auch aus späteren andeutungsweisen Bemerkungen hervorgehen wird, die Eigenschaften zukommen, die man der ursprünglichen Ermöglichungsbereiche des Absolutums zuzuschreiben gewohnt ist, so ist hier freilich die Frage zu beantworten, wie sich die Absolutheitseigenschaft, die der Ganzheit eigen ist, mit der Behauptung verträgt, daß in die „absolute" Ganzheit jene gerade beschriebene anschauliche Einheit gleichsam eingewachsen sein soll. Muß doch gerade das Absolute, die „Urermöglichung", die das Ganze des Seienden mit einem einzigen Griffe umfaßt und begreift, frei sein von einer Anschauung, die, mit dem empirischen Erkenntnisvermögen untrennbar verbunden, diesem Erkennen stets eine Beschränkung auf bestimmte Seins„ausschnitte" auferlegt.

Gerade aber von einer solchen Anschauung ist die verschieden, die oben „ganzheitliche Anschauungseinheit" genannt wurde. Denn dieser Einheit der Anschauungen ist es eigen, mit einem einzigen Blicke zugleich das Wesenhafte und das Sinnliche des Gegenstandes zu erfassen. Ihr steht der ungeteilte Blick auf die Ganzheit, soweit sie anschaulich bestimmbar ist, offen. Von der dem empirischen Erkennen angegliederten Anschauung unterscheidet sie sich deshalb, weil diese, in die gegenseitig bezogenen idealen und realen Anschauungskomponenten auseinanderfallend, immer nur einen „Teil" des Gegenstandes anschaulich zu bestimmen vermag, und nur gleichsam „hinter" diesen Teilen die Ganzheit durchblicken sieht.

Die oben beschriebene Ganzheit der idealen und der realen Formen, in welcher Sinnlich-Konstruktives und Wesenhaftes ursprünglich gründen, kann demnach nicht den Charakter eines absoluten „reinen" Sinnes besitzen, trotzdem ihr die Aufgabe zufällt, die Aufgabe des Absolutums zu übernehmen, nämlich das Eine zu sein, und zugleich das Einzige, welches durch sich und an sich zu existieren vermag und daher die Ermöglichung alles Seienden in sich birgt. Die Ganzheit hat, gerade um für ihre Bestimmung als ursprüngliche Ermöglichung geeignet zu sein, den Charakter einer organischen Wesenheit anzunehmen, in der eine Anschauung, nämlich jene besprochene ganzheitliche Einheit der Anschauungen, ursprünglich eingebaut ist.

Es bleibt noch übrig, aus der großen Anzahl der sich an die vorgehenden Erörterungen anschließenden Fragen besonders die eine herauszugreifen, deren ausführliche Behandlung allerdings über

den Rahmen dieser Schrift hinausgehen würde und die daher nur andeutungsweise verfolgt werden kann.

Es ist nämlich zu bedenken, daß gerade die Vereinigung der Formen des idealen und des realen Gebietes, von der bisher die Rede war, das Zugleichbestehen der Zweiheit, der Verschiedenheit beider Formen miteinschließt. Denn die Tatsache der von beiden Formen geübten gegenseitigen Abtrennung und das von jeder Form zur Schau getragene spontane Verhalten der andern gegenüber, wodurch die Möglichkeit des theoretischen Gegenstandes verbürgt wird, kann nur auf dem Grunde einer Spaltung der ursprünglichen Ganzheit in die Zweiheit der Formen, nämlich die ideale und die reale Kategorie, bestehen. Denn es wurde bemerkt, daß die zwischen beiden bestehende Auseinandersetzung sich in der Weise vollzieht, daß jedesmal die eine Form der andern gegenüber als aktive Spontanform wirksam wird, während diese die entsprechende Rezeptivleistung auf sich zu nehmen hat. Wie ist es nun zu verstehen, daß trotz der ursprünglichen ganzheitlichen Einheit der idealen und der realen Form auch deren gegenseitige Abtrennung und Auseinandersetzung besteht, durch welche doch erst ein gegenständlicher und theoretischer Sinn möglich wird? (Der Beweis dieses Zusammenhangs zwischen der Auseinandersetzung der Formen und der Existenz eines Subjekt-Objekt-Verhältnisses kann hier nicht geliefert werden. Es sei nur darauf hingewiesen, daß zugleich mit der Tätigkeit dieser Auseinandersetzung die Möglichkeit einer Entgegensetzung zwischen der ursprünglichen, d. i. transzendentalen Bedingung und dem ursprünglich Bedingten gegeben ist und als abgeleitet aus dieser Entgegensetzung auch die Unterscheidung zwischen dem Subjekt und dem theoretischen Objekt geschieht.)

Die eben angeführte Frage ist damit zu beantworten, daß die ganzheitliche Einheit der kategorialen Formen den Grund darstellt, auf welchem eine Formenauseinandersetzung in ihrer Existenz gehalten und durch den sie möglich gemacht wird. Daher ist diese Ganzheit notwendig früher als die Spaltung und die Entzweiung, welche erst als aus der ursprünglichen Einheit abgeleitet anzusehen ist. Das ist, auf den ersten Blick betrachtet, schon deshalb einleuchtend, weil diese Einheit eine organische Ganzheit sein muß, die aller nachträglichen Teilung, die zum Zwecke der Erschaffung einer theoretischen Gegenständlichkeit vorgenommen wird, vorhergehen muß.

Wenn somit eine Entzweiung der beiden Formen und Hand in Hand damit die Möglichkeit und Notwendigkeit einer Unterscheidung zwischen einem theoretischen Inhalt und einer theoretischen Form existiert, so ist das nur möglich, weil beide, ideale

und reale Formen, ihren gemeinsamen Grund in einer Einheit haben, die den Charakter der Ganzheit besitzt. Auf dem Grunde dieser ursprünglichen apriorischen Einheit ist es möglich, daß sich die Formen entzweien und auseinandersetzen, und daß zwischen den sich entgegensetzenden Formen eine kategoriale Harmonie besteht, wie sie in dem gegenseitigen Wechselverhältnis zum Ausdruck kommt.

Die Unterscheidung zwischen bedingender und bedingter Form hängt unmittelbar mit derjenigen zwischen Form und Stoff zusammen. Wenn die eine Form die andere spontan bestimmt, so geschieht das dadurch, daß sie ein Etwas kategorial entwirft, das die andere anzuerkennen hat. Dieses Etwas, über das die beiden Formen gemeinsam Geltung besitzen, auf das sie sich nur jeweils in verschiedener Art der Spontaneität beziehen, ist der theoretische Inhalt. Die zwischen den einander bestimmenden Formen herrschende und aus der sie ursprünglich begründenden Einheit herrührende Harmonie zwischen ihnen läßt sich daher in Zusammenhang bringen mit derjenigen, die in „Urstoff und Urform" (s. Herrigel [1.]) für das Verhältnis von Stoff und Form in der Ursphäre nachgewiesen wird, und die hier die „Urkorrelativität" zwischen Stoff und Form genannt wird. (Es sei bemerkt, daß in dem Zusammenhang der vorhergehenden Gedanken die „Ursphäre" zu deuten wäre als derjenige Bereich, welcher den Ort der Ganzheit der beiden kategorialen Formen, der idealen und der realen Kategorie, bildet und daher den Grund darstellt, auf den die theoretische Gegenständlichkeit jede theoretische, „kontemplative" Auseinandersetzung zwischen Form und Stoff ihre Existenz zurückzuführen hat.)

Die Ganzheit, in welcher ideale und reale Kategorie entspringen, hat zugleich auch als die ganzheitliche Einheit zu gelten, die das erkenntnistheoretische Subjekt und sein Objekt ursprünglich vereinigt. Das folgt aus der oben angedeuteten, aber nicht bewiesenen Tatsache, daß die Entzweiung zwischen Subjekt und Objekt auf diejenige zwischen idealer und realer Form zurückgeführt werden muß, durch welche erst der theoretische Gegenstand geschaffen wird. Daher muß eine ganzheitliche Einheit, die über beiden Kategorien steht, auch Subjekt und Objekt zur ursprünglichen Ganzheit zusammenschließen. (Wenn die über den Formen herrschende Ganzheit aller Trennung und damit auch aller gegenständlichen Theorie vorhergeht, und über ihr steht, so ist sie deshalb nicht „transzendent" zu nennen — oder wenigstens dürfte sie diesen Namen mit nicht mehr oder weniger Recht tragen, mit dem sie zugleich auch immanent heißen müßte, da jeder Begriff einer Transzendenz erst durch sie überhaupt möglich und ge-

schaffen wird.[1]) Ebensowenig dürfte sie etwa mit dem Hinweis auf ihre Prägung als Einheit über den Formen, und auch über Objekt und Subjekt als „übersubjektiv" oder „überobjektiv" bezeichnet werden, weil jeder Begriff, der sich auf ein Verhältnis zwischen Objekt und Subjekt bezieht, durch sie als die ursprüngliche, die beiden Gebiete vereinigende Ganzheit erst möglich wird. Die Ganzheit ist ursprünglicher als die Subjekt-Objekt-Auseinandersetzung, und muß deren Existenzgrund darstellen.)

Die ganzheitliche Einheit über den Kategorien ist als die ursprüngliche Ermöglichung aller theoretischen Gegenständlichkeit zugleich der ursprüngliche Ort, in dem der Urgrund des Seienden überhaupt zu suchen ist, und von dem auch die lebendige Beherrschung des Seienden ausgeht. Nur deshalb, weil ideale und reale Form ursprünglich in dieser von der Ganzheit gestifteten Einheit ursprünglich verbunden sind, vermögen sie sich aufeinander spontan, d. i. „lebendig" zu beziehen, sich spontan auseinanderzusetzen und bei dieser Auseinandersetzung den Gegenstand spontan zu bestimmen. Weil diese Ganzheit als das eigentlich Absolute, d. i. dasjenige, welches kraft seiner Lebendigkeit an sich und durch sich zu existieren vermag, zu gelten hat, und weil von ihr insbesondere die Ermöglichung aller theoretischen Spontaneität ausgeht, ist sie die Stätte der Ermöglichung schlechthin, der Urgrund des Seienden.

Sie gibt daher nicht nur den wissenschaftlichen Begriffen und Gegenständen ihren Existenzgrund, sondern begründet in gleicher Weise auch das praktische Handeln des Menschen. Das bedeutet für sie, daß sie zugleich als die ganzheitliche Einheit zu gelten hat, die über menschlicher Freiheit und Notwendigkeit steht und beide ursprünglich zusammenschließt. Als solcher aber liegt in ihr gerade auch der Grund der Entzweiung dieser Bereiche, sie ermöglicht, daß es eine bestimmte, empirische Freiheit gibt, die mit der Notwendigkeit vermischt ist und sich mit ihr auseinanderzusetzen hat. Eine derartige empirische Freiheit kann sich aber nur dann auf eine entsprechende Notwendigkeit beziehen, wenn für sie beide das aus ihrer ursprünglichen Ganzheit und Einheit folgende Verhältnis gilt: Je größer das Maß der Freiheit ist, umso größer ist dasjenige der Notwendigkeit und umgekehrt.

Die über Freiheit und Notwendigkeit stehende ganzheitliche Einheit selber muß als diejenige Ermöglichung, welche den Grund

---

1) Hier ist derjenige Begriff am Platze, der in „Urstoff und Urform" mit der Bezeichnung „absolut transzendent" gemeint wird, und der die Eigenschaft dieser ursprünglichen Sphäre, über jede besondere Transzendenz und besondere Immanenz ihrerseits zu transzendieren, zum Ausdruck bringen soll (s. E. Herrigel, Urstoff und Urform, l. c., S. 106 ff.).

jeder bestimmten Freiheit gibt, als der Bereich des Lebens selber angesehen werden, in dem es keinen Unterschied zwischen einer Freiheit und Notwendigkeit gibt. Das Leben selber aber hat als der Urgrund des Seienden die „absolute" Freiheit zu bedeuten, die freilich völlig gleichbedeutend ist mit einer „absoluten" lebendigen Notwendigkeit. Die über den Bereichen der Freiheit und der Notwendigkeit stehende ursprüngliche Ganzheit ist als die lebendige Einheit aufzufassen, welche die unendlich vielen Lebensbezüge und Wirklichkeitszustände schon „a priori" in sich enthält, gleichwie die Leibnizsche Monade als eine ursprüngliche lebensvolle Ganzheit jedes an ihr vorkommende Entwicklungsstadium schon in ihrem Grunde enthält und aus ihrem Grunde heraus ermöglicht und entspringen läßt.

Das Reich des Geistes ist zugleich dasjenige der lebendigen Freiheit, wie der körperliche Bereich als derjenige der lebendigen Notwendigkeit zu gelten hat. Die oben als Urgrund des Seienden erwiesene Ganzheit, die über der Geistes- und Körperwelt, über Freiheit und Notwendigkeit herrscht, bestimmt beide Welten auch gerade da, wo sie, wie es im Laufe des menschlichen Daseins, des Erkennens und des Handelns geschieht, sich gegenüberstellen und auseinandersetzen. Da sie beide gemeinsam auf dem Grunde der Ganzheit des Lebens existieren, so entspringen sie gleichsam aus einer gemeinsamen Wurzel. Demzufolge kann der mit dem Körper ursprünglich „verwachsene" Geist nicht für sich allein die nur der Ganzheit und dem Leben zukommende Prägung des „Absoluten" für sich fordern, da ein absolutes Wesen darin zu bestehen hat, durch sich und für sich zu sein, und die Ermöglichung alles dessen darzustellen, dem diese Macht nicht zukommt. Nur deshalb, weil der Geist gleichsam in die Welt der Körper hineinwächst, und damit der ihm vom Leben bestimmten Aufgabe, den eigentlichen Halt und die Form der körperlichen Wirklichkeit darzustellen, nachkommt, wächst er über das Körperliche hinaus. (Der Begriff des so verstandenen „Hinaussteigens", „Transzendierens" des Geistigen über das Körperliche wird daher nicht durch dasjenige ergänzt, was man unter „Immanenz" zu verstehen gewohnt ist, sondern durch jene Bestimmung, die oben als „Hineinstieg" bezeichnet wurde.)

Aber auch das Körperliche vermag aus diesem Zusammenhang, durch den es in seiner unmittelbaren Beziehung zur lebendigen Ganzheit philosophisch gedeutet wird, seine Kennzeichnung zu erfahren, die hier ebenfalls nur ganz flüchtig zu berühren versucht werden soll. Weil der Körper nämlich auf dem Grunde der Ganzheit, durch die er mit dem Geiste und seiner Freiheit ursprünglich vereinigt wird, zum Dasein kommt, erschöpft sich seine Aufgabe nicht darin, lediglich eine „Ausfüllung" des Raumes und der

Zeit zu sein. (Wollte man durchaus ein „Seiendes“ ausfindig machen, dem lediglich diese Leistung zukäme, so müßte man den abstrakten Begriff der bloßen Materie heranziehen.) Hinter dem, was am Körper realanschaulich in Raum und Zeit erscheint, steckt ein ideal-anschaulich erscheinender körperlicher Wesenskern, wobei also hier noch von der Tatsache abgesehen wird, daß im Körper notwendig auch ein theoretischer Sinn wirken muß, den ihm das Leben und die ursprüngliche Ganzheit aufzwingt.

Die ganzheitliche Einheit zwischen idealer und realer Kategorie, und auch zwischen theoretischem Subjekt und Objekt, ist zugleich die Urstätte der theoretischen Persönlichkeit, welche durch eine recht verstandene, echte und den Blick auf die Ganzheit gerichtete Hingabe an den wirklichen, lebendigen Geist nicht am originalen Erleben gehindert wird, sondern im Gegenteil erst dadurch wahrhaft zu erleben befähigt wird.

2. Die sich aus der ganzheitlichen Einheit zwischen idealer und realer Form für die mathematischen Gegenstände ergebenden Folgerungen.

Wenn wir im Folgenden zum Zwecke ihrer philosophischen Interpretation an mathematischen Gegenständen bestimmte Sachverhalte aufzeigen, so kann das nicht bedeuten, daß damit ein Beweis der Gültigkeit des oben behandelten philosophischen Prinzips unternommen werden solle. Der Versuch eines derartigen „Beweises“ wäre deshalb als ein unsinniges Beginnen anzusehen, weil ihm die positivistische und daher unhaltbare Ansicht zugrunde läge, die philosophischen Sätze hätten nur in Abhängigkeit von den positiv wissenschaftlichen Tatsachen Geltung und die Philosophie müsse daher ihre Behauptungen vor den Ergebnissen der Wissenschaften legitimieren. Es sei andererseits auch betont, daß der mathematische Gegenstand seinem rein mathematischen und positiv-wissenschaftlichem Gehalte nach unberührt und unabhängig bleibt von jeder Bestimmung, die, von philosophischer Seite aus unternommen, für dessen philosophisches Gefüge zu gelten hat. Wenn wir die mathematischen Gegenstände selber mit in unsere Untersuchung hereinnehmen, so soll damit nur der Versuch gemacht werden zu zeigen, daß diese Gegenstände eine philosophische Deutung im Sinne unserer Darlegungen zulassen, und wie diese Auslegung auszusehen hat.

Da es sich bei dem Versuch, die Bedingung der Möglichkeit der gegenständlichen Ganzheit aufzufinden, darum handelte, den Beziehungen nachzugehen, welche bestehen zwischen dem gegenständ-

lichen Wesen und dessen konstruktiver Erscheinung in der realen Wirklichkeit, so müssen bei einer philosophischen Untersuchung der mathematischen Gegenstände diejenigen mathematischen Sätze zuerst betrachtet werden, in denen sich das Wesen des mathematischen Gegenstandes in seiner Ganzheit theoretisch zeigt. Es handelt sich um die mathematischen Axiome.

Die mathematischen Axiome sind die formalen Regeln, in welche die Kategorien ihre mathematischen Gegenstände hineinstellen.[1]) Jedes Axiom bringt einen Wesensausschnitt, einen bestimmten Wesenszug des Gegenstandes zum Ausdruck. Erst im System, in ihrer Gesamtheit, erfassen die Axiome den Gegenstand in seiner Ganzheit. Mit der Eigenschaft des einzelnen Axioms, nur immer einen Wesensausschnitt logisch fassen zu können, nicht aber das ganze Wesen in einem, hängt es zusammen, daß die Axiome voneinander theoretisch unableitbar sind, genau wie die einzelnen Kategorien. Diese Verwandtschaft, welche Axiom und Kategorie verbindet, ist nicht nur äußerlich und zufällig. Sie hat darin ihren Grund, daß dem Axiom die philosophische Bestimmung auferlegt ist, ein „synthetischer Grundsatz" zu sein, d. i. ein Satz, in welchem dasjenige Gesetz, die Form niedergelegt ist, welche die Kategorie bei der transzendentalen Tätigkeit der Gegenstandformung dem von ihr bestimmten Gegenstand gleichsam mitaufprägt, womit sich auch für die synthetischen Grundsätze und insbesondere diejenigen des mathematischen Gebietes, nämlich die mathematischen Axiome, ergibt, daß an ihnen die Tätigkeit der Kategorie gleichsam wie von einem Bilde abgelesen werden kann.

Mathematisch wird der Tatsache der rationalen Unableitbarkeit der Axiome untereinander Rechnung getragen in der Bestimmung, daß sie „unabhängig" sein sollen.

Wenn das einzelne Axiom, für sich genommen, nur einen Ausschnitt des gegenständlichen Wesensgesetzes zu erfassen vermag, die Axiome in ihrer Gesamtheit aber dem Wesen in seiner Ganzheit gerecht werden, so muß sich der vom einzelnen Axiom offenbar gemachte Teilausschnitt des Gegenstandes auf die Ganzheit berufen, die ihm vorhergeht und ihn erst ermöglicht. Die Teile, in welche der Gegenstand durch die einzelnen Axiome zerlegt wird, können nicht „Komponenten" sein, aus denen sich quantitativ das Ganze zusammensetzt, sondern jedes einzelne Axiom muß schon auf das Wesen in seiner Ganzheit bezogen sein, wenn sie es zusammen mit den andern ganz erfassen will. An dem von dem einzelnen Axiom geoffenbarten Teilausschnitt des Gegenstandes muß sichtbar werden, daß dieser ein Teil einer vorgängigen Ganzheit ist und die Anlage zur Ganzheit von Natur aus mitbringt. Die im

1) siehe Anm. VI. des Anhangs.

Axiom vom Gegenstand herausgelösten Teile sind erst ermöglicht durch die ursprüngliche Ganzheit des gegenständlichen Wesens und sind daher von ihr durchdrungen. Daher geht das System der Axiome dem einzelnen Axiom voran.

Hilbert verlangt in seiner mathematischen Begründung der Axiomatik noch eine andere Eigenschaft von dem System der Axiome, nämlich die der Vollständigkeit.[1]) Wenn sie einzeln genommen auch immer nur Teile des Gegenstandes erfassen können, so müssen die Axiome in ihrer Gesamtheit doch dem ganzen Gegenstand gerecht werden, d. h. es darf keine Eigenschaft des Gegenstandes geben, die nicht axiomatisch deduziert werden könnte. Das ist der philosophische Sinn des von Hilbert gekennzeichneten Vollständigkeitsbegriffes. Nach der in diesem Begriffe liegenden Bestimmung soll dann ein System vollständig heißen, wenn sich jede Formel, welche nicht aus dem betreffenden System deduziert wurde, als widerspruchsvoll mit dem System erweist. (Hilbert u. Ackermann, l. c., S. 31, 66 ff.)

Die kategoriale Bedingung für die Ermöglichung der Ganzheit des Gegenstandes ist ph. g. nach dem oben Bemerkten die ganzheitliche Einheit, in der ideale Wesensform und reale Erfüllungsform ursprünglich vereinigt sind. Zur Ganzheit gehören demnach die beiden „Komponenten": 1. Die von der idealen Kategorie entworfene Wesenseinheit, und 2. die diskursiv-reale Erfüllung dieser Wesenseinheit, eine Leistung der realen Form.

So wie die Kategorien in der ursprünglichen Ganzheit verbunden sind, so muß auch den Axiomen eine Ganzheit zugrundeliegen. Das folgt schon aus ihrer Beziehung zur Kategorie. Wie schon gesagt, unterliegt ihr zufolge das Axiom der Bestimmung, die bildliche Form der von den Kategorien geleisteten Tätigkeit zu sein. Nur wegen der Ganzheit, in welcher sie ursprünglich gründen, sind sie befähigt, in ihrer Gesamtheit auch am Gegenstande eine Ganzheit zur Offenbarkeit zu bringen. Die das Axiom begründende Ganzheit muß das formale Bild der kategorialen Ganzheit von idealer und realer Form sein. An den Axiomen muß daher bildlich ersehbar sein, wie aus der Einheit der beiden Formen, der realen und der idealen, das oben erwähnte Prinzip folgt: Je mehr die logische Wesensreflexion fortschreitet, umso tiefer wird der Gegenstand, über den die Reflexion geht, verankert im diskursiv anschaulichen Gebiet. Das formallogische Gegenstück zu diesem transzendentalen Prinzip wird am Axiom bildlich sichtbar. Es lautet: Je mehr das Axiom die von der idealen Form erzeugten Wesensverhältnisse am Gegenstand erfaßt, umsomehr legt es den Grund für eine konstruktive reale Verwirklichung und Veranschaulichung

1) s. Hilbert u. Ackermann, l. c., S. 31.

und ermöglicht eine umso weitergehende „Annäherung" an diesen Gegenstand. (Angewandt auf das Verhältnis zwischen dem Unendlichen und dem Endlichen läßt sich daher sagen: Nur deshalb, weil das Axiom ein transfinites Gefüge besitzt [s. oben], vermag es Bestimmungen über endliche Sachverhalte zu enthalten.)

Eine dritte, sehr wichtige Bestimmung, der das Axiom unterliegt, ist die mathematische Forderung der Widerspruchsfreiheit (s. Hilbert u. Ackermann, l. c., S. 29; Hilbert u. Bernays, l. c., § 1). Der Grund, auf den sich vom philosophischen Standpunkt aus gesehen, diese Forderung stützt, besteht darin, daß das ideale Gebiet der Axiome, d. i. der Wesensgesetze und -aussagen, zugleich das Gebiet darstellt, welches bildlich-formal das Wirken der ursprünglichen Formen: identische Setzung und deren Entgegensetzung aufzeigen soll, da es ja in der idealen Kategorie begründet ist. Daher ist es keine zu andern Merkmalen auch noch hinzukommende Eigenschaft des Axioms, wenn es sich dem formalen Satz des Widerspruchs und der Identität unterordnet, da sich gerade in dieser Unterordnung sein Wesen zeigt.

Es mag hier nochmals angedeutet werden, worin überhaupt die transzendental-philosophische Notwendigkeit der Widerspruchsfreiheit der theoretischen Sätze ihren Grund hat. Ein Auftreten des Widerspruchs würde bedeuten: Der Satz der Identität gilt nicht. Denn in diesem Falle gäbe es ja in der betreffenden Folge von Sätzen, in der der Widerspruch auftreten soll, den Satz: $A \neq A$. Damit würde aber zugleich auch der Satz vom Widerspruch ungültig sein, der Widerspruch selber also wäre unmöglich. (Denn wenn gilt $A \neq A$, besteht auch der Satz: $A =$ non A.) Da der Widerspruch überhaupt sinnlos würde, so wäre das gleichbedeutend mit dem Zugleichbestehen der einander widersprechenden Sätze: $A = A$ und $A \neq A$. Jede Aussage hätte demnach ihren Sinn verloren, da ja zugleich ihr Gegenteil gültig wäre. Da aber das sinnvolle Abgrenzen eines A gegenüber jedem non A eine charakteristische Leistung der Kategorie überhaupt ist (s. Kap. II), so leuchtet ein, daß der Satz $A \neq A$ nicht ein falscher Satz neben anderen Falschheiten auch ist, sondern daß er sich jenseits aller Falschheit und Richtigkeit stellt, da er sich außerhalb des Gebietes der kategorialen Form überhaupt begibt und daher völlig jedes theoretischen „Sinnes" entbehrt.

Wenn das gegenständliche Wesen und dessen reale Raum-Zeit-Erfüllung ursprünglich zusammengeschlossen sind in der vorgängigen Ganzheit des Gegenstandes, so ergibt sich die grundlegende Tatsache: Jede erkenntnismäßige Erfassung des Gegenstandes, die diesen in seiner Ganzheit begreift, und die daher des-

halb, weil sie dessen Wesensnotwendigkeit in der idealen Reflexion erfaßt, ihn umso tiefer in seine realen Raum-Zeit-Bedingungen hinein verfolgen kann, ist ihrem Wesen nach notwendig widerspruchsfrei. Denn der Gegenstand, dessen Wesensganzheit erfaßt wird, ist ursprünglich konstituiert von der Ganzheit, welche die beiden Formen, reale und ideale Kategorie umfaßt. Da nun die ursprünglichen Formen Identität und Nichtidentität die idealen „Grundkategorien" sind, ist es verständlich, daß auf Grund der ursprünglichen Ganzheit des Gegenstandes die diese Ganzheit zur Entfaltung bringenden Urteile vom Satz der Identität und des Widerspruchs notwendig beherrscht werden müssen.

Es ist hier am Platze, eine Auffassung vom Axiom abzulehnen, die dessen ganzes Wesen darin sieht, ein „Verbot logischer Möglichkeiten", also das Mittel zu sein, mit dem die Paradoxien auszuschalten sind. Diese Kennzeichnung ist nämlich deshalb zum mindesten irreführend, wenn nicht geradezu falsch, weil ihr zufolge der Anschein erweckt wird, als handle es sich bei der Einführung der Axiome in die mathematische Forschung lediglich um eine Abwehrmaßnahme gegen logische Widersprüche, da ja hier den Axiomen nur eine negative Bedeutung zuerteilt wird. Man erhält den Eindruck, als seien sie nur ein Notbehelf, der vielleicht auch durch andere geeignete logische Maßnahmen ersetzt werden könnte Dagegen ist zu sagen, daß das Axiom als eine positive Wesensaussage für die Erkenntnis derart grundlegend ist, daß überhaupt nichts erkennbar ist, ohne versteckte oder offene Bezugnahme auf sie. Das einzelne Axiom mag unter Umständen durch ein anderes, besseres ersetzt werden können, wenn sich seine Unzulänglichkeit herausstellt. Deshalb bleibt aber doch die „axiomatische Methode"[1]) der einzige Weg, der zum Wesen der Gegenstände hinführt. Die Tatsache, daß die ausdrückliche Anwendung der Axiome, sofern ihre eigene Widerspruchsfreiheit mathematisch gesichert ist, vor Paradoxien schützt, ist nur eine Folge der Tatsache, daß im Axiom das Wesen des Gegenstandes in seiner Ganzheit erfaßt wurde.

Ganz abgesehen davon, ist die Kennzeichnung: „Ausschaltung logischer Möglichkeiten" schon deshalb falsch, weil hier ein unrichtiger Gebrauch von dem Begriffe der Möglichkeit gemacht wird. Wir behaupten nämlich, daß es außerhalb des logischen Gebietes, welches von den Axiomen bestimmt wird, gar keine Möglichkeiten mehr gibt, und zwar aus dem Grunde, weil auch hier alle Wesensnotwendigkeit zu sein aufhört. Da nämlich die Möglichkeit ph. g. dem Gebiete der kategorial-idealen, die Notwendigkeit aber dem

p) Hilbert [I.] u. [II.], l. c.

der kategorial-realen Formung entstammt, muß es in der Ganzheitsregion des Gegenstandes, die ihren Urgrund in der Einheit zwischen realer und idealer Kategorie besitzt, eine ebensolche Einheit zwischen Möglichkeit und Notwendigkeit geben: je größer der Grad der Möglichkeit ist, umso größer ist auch derjenige der Notwendigkeit und umgekehrt.

Im Folgenden haben wir zu zeigen, daß dasselbe Verhältnis, welches zwischen philosophischer Möglichkeit und Notwendigkeit besteht, ph. g. auch Unendlichkeit und Endlichkeit verbindet. Aus der Feststellung, daß die Ganzheit des theoretischen Gegenstandes in der ganzheitlichen Einheit zwischen seinem Wesen und dessen realer, konstruktiver „Erfüllung" gründet, hat man für die philosophische Deutung des mathematischen Gegenstandes zu folgern, daß die Ganzheit des mathematischen Gegenstandes durch die organische Einheit zwischen seinem unendlichen (= transfiniten) und seinem endlichen (= finiten) „Teil" möglich ist. Im zweiten Kapitel haben wir bemerkt, daß der unendliche transfinite Bereich von der idealen, der endliche dagegen von der realen Kategorie in spontaner Wirkung konstituiert wird. Der die Ganzheit des Gegenstandes begründende Entwurf seiner Wesenseinheit wird von der idealen Form geleistet und geschieht im Gebiete des Transfiniten, während die Realisierung dieser Einheit, ihre reale Erfüllung, der realen Form zugeschrieben werden muß und in den Bereich des Endlichen fällt.

Aus der Einsicht in die ursprüngliche Ganzheit der beiden Formen sind jetzt die Folgerungen für das Verhältnis zwischen dem Transfiniten und Finiten ableitbar: Auch die „Teile", aus denen der einzelne Gegenstand besteht, sein Wesen und seine reale Erscheinung, der ideale Teil des Transfiniten und der reale des Finiten, sind ursprünglich in einer Ganzheit verwurzelt, welche zugleich Ganzheit des mathematischen Gegenstandes ist (s. Anm. VII. des Anhangs).

Soll diese Ganzheit des Gegenstandes selber möglich sein, dann muß gemäß dem oben dargelegten philosophischen Sachverhalt gelten: Eine immer fortschreitende Verankerung in dem Gebiet des Endlichen muß zugleich verbunden sein mit einer stets weitergehenden Eingliederung der endlichen konstruktiven Sachverhalte in die Wesensbezüge des transfiniten Bereiches. Das hat praktisch zu bedeuten, daß man, um das Unendliche wahrhaft zu gewinnen, der Endlichkeit voll Genüge leisten muß. Damit aber umgekehrt das Endliche existieren kann, muß es als Ableitung aus seinem Wesen, dem Transfiniten, hervorgehen.

Als Beispiel für dieses Verhältnis zwischen Transfinitem und Finitem sei der mathematische Grenzprozeß angeführt. In der Ent-

stehungszeit der höheren Analysis war häufig die Rede von „unendlich kleinen" Größen usw., zu denen man nach der damaligen Anschauung etwa bei der ad infinitum fortgesetzten Teilung einer Strecke kommen mußte. Man tat vielfach so, als ob es ganz in der Ordnung wäre, das Unendliche ph. g. in denselben Raum hinein zu deuten, in welchem das Endliche seine Darstellung findet. Das Unendliche wurde in dieser Fassung deshalb seinem Wesen nach verstellt, weil man ihm Eigenschaften zuschrieb, die das Endliche kennzeichnen. Man erkannte dem Transfiniten nicht die Bedeutung zu, das Wesen des Finiten zu sein. Da also der Ort des Wesens, das Unendliche, nicht als solcher erkannt wurde, fand keine Erfassung des Gegenstandsganzen statt; der Teil, der gerade das Wesen enthält, das durch die ideale Kategorie spontan konstituierte Unendlichkeitsgesetz, wurde unterschlagen. Das Bestreben, die Analysis exakt zu begründen, mußte also gleichbedeutend sein damit, daß man den Gegenstand des mathematischen Unendlich in seiner Ganzheit zu erfassen suchte. Denn unter „exakter Begründung" hat man eine solche theoretische Erfassung des Gegenstandes zu verstehen, die jeden Widerspruch, der unter Umständen im Laufe der Deduktion auftreten könnte, unmöglich macht. Wird aber ein Teil des Gegenstandes verdeckt, so müssen notwendig Widersprüche auftreten; das liegt im Wesen des Widerspruchs (s. oben). In dem vorliegenden Falle, in dem man das Unendliche hineindeutete in den endlichen Raum (ph. g.), bestand der Widerspruch darin, daß das Unendliche als eine Größe neben den endlichen Größen behandelt wurde und doch andererseits von jeder endlichen Größe und Anzahl prinzipiell, d. i. im Wesen, verschieden sein sollte (im W e s e n verschieden, da in ihm selbst das Wesen alles Endlichen, d. i. des „Unwesentlichen" liegt). Bei einer Neubegründung der Analysis vermied man diesen Widerspruch dadurch, daß man statt von „unendlich kleinen" Größen nur noch von Größen redete, die „beliebig" klein gemacht werden können. Der Begriff „unendlich" kommt also in dieser Ausdrucksweise scheinbar gar nicht mehr vor. Die „Entfernung" des Unendlichen, die man in diesem Vorgehen vermuten könnte, ist aber nur scheinbar. Das Unendliche ist nur da hinausgeworfen, wo es nicht hingehört, indem es aus dem Bereich des real-anschaulichen, prinzipiell Endlichen, in dem die endlichen Anzahlen ihren Platz haben, ausgeschaltet wurde. Wenn man z. B. die Konvergenz einer Folge andeuten will, so pflegt man zu sagen: Die Folge $A_1, A_2, A_3, \ldots$ $A_n \ldots A_m \ldots$ konvergiert nach einem bestimmten Grenzwert; das heißt: Für jedes noch so klein gewählte $\varepsilon > o$ gibt es ein $t(\varepsilon)$, so daß jede Differenz $|A_m - A_n| < \varepsilon$, wenn nur $m > t$ und $n > t$. Da in dieser Ausdrucksweise tatsächlich nur von endlichen Größen die

Rede ist, konnte man von einer „Ausschaltung" des Unendlichen aus der mathematischen Forschung überhaupt reden. Daß aber diese Ausschaltung nur scheinbar ist, und geradezu einer erst richtig betriebenen Einführung des Unendlichen gleichkommt, ist leicht daraus zu erkennen, daß gerade erst in dieser Ausdrucksweise die Ganzheit des Unendlichen zur Entfaltung kommt und damit dessen wahrer Bedeutung Rechnung getragen wird, die darin besteht, das Wesen des Endlichen zu sein. Das ist dadurch erreicht worden, daß man eine strenge Unterscheidung zwischen dem endlosen Ablauf der endlichen Elemente der Folge: $A_1, A_2, A_3, \ldots\ldots$ und dem ideal-konstituierten Gesetz, durch welches dieser Ablauf geordnet wird, nämlich dem Transfiniten, durchführte. Wenn in dieser Konvergenzfassung nur von einem beliebig weit gehenden, endlosen Ablauf von Größen gesprochen wird, wenn man sich also wesentlich nur im Endlichen bewegt, so ist man gerade deshalb auf das Transfinite und sein Ordnungsgesetz angewiesen. Die Endlosigkeit, der Ablauf des Undsoweiter kann nicht ohne das Wesen existieren, durch das er seine Ordnung erhält und das vom Unendlichkeitsgesetz (s. oben) vertreten wird. Das ungehemmte Weiterbestehen der Elemente einer Folge setzt daher immer ein Wesensgesetz voraus, welchem die Elemente gehorchen und nach dem sich der ins Endlose gehende Fortschritt der Folge zu vollziehen hat. Denn dieser darf ja nicht willkürlich sein, sondern muß jedes Element dem andern mit Notwendigkeit nachfolgen lassen. (Es wurde schon früher bemerkt, daß die einzelnen ins Endlose gehenden Glieder nicht nur vom transfiniten Gesetz geordnet werden, sondern in ihm die Vermittlung mit ihrem Existenzgrund, der über Endlichkeit und Unendlichkeit stehenden Ganzheit zu sehen haben. Der Sinn des transfiniten Gesetzes ist es andererseits auch, im endlichen Bereich eine reale Erfüllung dadurch zu erfahren, daß sich ihm wirklich vorgegebene Elemente unterstellen, die es zu ordnen und in unendliche Wesenszusammenhänge hineinzustellen hat.)

Wenn wir demnach im diskursiv Endlichen den Undsoweiterprozeß des endlosen Ablaufs einer Folge studieren, um deren Konvergenz mathematisch zu untersuchen, so müssen wir zwar im Endlichen verbleiben, aber nur zu dem Zwecke, um an der Reihe der einzelnen finiten Elemente das Gesetz zu erkennen, dem sie unterstehen und durch das die Ordnung ihrer Abfolge bestimmt und ermöglicht wird. Dieses Gesetz kann man statt „Ueberbauungsgesetz" (s. O. Becker, l. c., S. 37) mit gleichem Recht den transfiniten Grund nennen, auf den sich die Mannigfaltigkeit der einzelnen Glieder aufbaut, weil es diese in ihrer besonderen Bestimmtheit und endlichen Vorgegebenheit erst ermöglicht und als deren Wesen anzusehen ist. Erst dann, wenn dieses Gesetz wirklich als eine das

Wesen darstellende Ordnung des Gegenstandes, der Folge, Reihe, Funktion u. dgl. erkannt und in der mathematischen Formulierung behandelt wird, welches den in der Anschauung verlaufenden Teil dieses Gegenstandes (die Elemente bzw. Funktionswerte) begründet und daher selbst niemals als Element neben den von ihm erzeugten Elementen auftreten kann — wie das bei der unvollständigen Ansicht des Unendlichen als zulässig erschien —, wird die von ihm begründete Unendlichkeit in ihrer Ganzheit zur Entfaltung gebracht.

Auch im Bereich der modernen mathematischen Grundlagenforschung sind ähnliche philosophische Betrachtungen über das Verhältnis zwischen der Endlichkeit und der Unendlichkeit durchzuführen. Hilbert sieht sich bekanntlich veranlaßt, in seiner Beweistheorie einen sog. finiten Standpunkt einzunehmen. Die Notwendigkeit hierfür tritt besonders bei dem Problem der Begründung der Widerspruchsfreiheit[1]) des Axiomensystems zutage.[2]) Das Problem besteht, um es mit Beziehung auf die hier wichtigen philosophischen Zusammenhänge zu sagen, darin, wie der Nachweis der Tatsache zu erbringen ist, daß das ganze System der unendlich vielen Aussagemöglichkeiten, die es überhaupt im Bereich der mathematischen Gegenständlichkeit gibt, keinen Widerspruch enthält. Bei der Ausführung des Widerspruchsnachweises muß die Eigenschaft der Axiome bewußt vorausgesetzt werden, die in der Möglichkeit besteht, den ganzen Bereich der unendlich vielen Zeichen, der „formalisierten" Sachverhalte, zu beherrschen durch ein System endlichvieler Formeln, um durch den Nachweis der Widerspruchsfreiheit im endlichen Bereich (der ja in einer endlichen Anzahl von Schritten durchführbar ist) sich zugleich auch der im entsprechenden unendlichen Gebiete herrschenden Widerspruchsfreiheit zu versichern. Man kann dann nach der Durchführung dieses Nachweises auch auf die Widerspruchsfreiheit aller aus den Axiomen deduzierten

1) Hilbert u. Ackermann, l. c., S. 29 u. 65.

2) Die hier über das Grundproblem der Hilbertschen Axiomatik geäußerten philosophischen Gedanken behalten ihre Gültigkeit trotz der Tatsache, daß es sich bei Hilbert nur um die sog. „formalen" Axiome handelt, die im Zusammenhang mit unseren früheren Darlegungen mit formalistisch zu bezeichnen wären, also von den eben unter dem Namen „Axiome" besprochenen „grundsätzlichen Wesensaussagen", die ihrerseits von Hilbert auch als „inhaltlich" zu bezeichnen sind, verschieden sind. (Ueber den Unterschied zwischen formalen und inhaltlichen Axiomen siehe Hilbert u. Bernays, Grundlagen der Mathematik, 1934, S. 2 ff.) Da die als Wesensgrundsätze hervorgehenden Axiome, also die Axiome in unserem Sinne, als Gesetze eines theoretischen Sinnes, die „formalen" Axiome Hilberts aber als formalistische Symbole zu gelten haben, hat man nur den oben dargelegten Zusammenhang zwischen diesen Formarten zu berücksichtigen, um sich über die hier den Axiomenbegriff beider Auffassungen betreffenden Erörterungen klar zu werden.

individuellen Formen schließen, welche bei ihrer inhaltlichen Deutung mathematische Aussagen über besondere Sachverhalte gestatten.

Von intuitionistischer Seite aus versuchte man die eben beschriebene Art der Restriktion auf das Endliche, Finite als einen gänzlichen Verzicht auf das Transfinite auszulegen. In Wirklichkeit ist aber ph. g. hier das eigentliche Wesen dieser finiten Einstellung als eine erst erfolgreich betriebene Berufung auf das Transfinite, als eigentlicher „Transfinitismus" zu deuten. Denn das Unternehmen, durch welches die unendlichvielen Aussagen in dem endlichen System der Axiome zusammengefaßt werden, geht ph. g. von der Annahme aus, daß dem Verstand die Kraft innewohnt, durch seine Gesetze, die er an die Wirklichkeit stellt, und mit deren Hilfe er in dieser Wirklichkeit Einheit und „Endlichkeit" schafft, den Bereich des Transfiniten zu beherrschen, oder, formalistisch gesprochen, deren Bereich mit Hilfe der aus dem Finiten her bekannten Gesetze zu beherrschen. Ph. g. zeigt sich also gerade im Finiten und seiner „Einheit" die transfinite Macht des Verstandes und seiner Gesetze. Denn jedes Gesetz, und sei es auch nur im Finiten erklärt, trägt schon als solches transfinite Prägung. Gerade der Forderung, daß die unendlich vielen einzelnen Sätze (bzw. Formen) subsummiert werden müssen unter ein System endlich vieler Wesensaussagen, liegt die Voraussetzung zugrunde, daß die Axiome eine eigentlich transfinite Wesensstruktur haben müssen, so daß in ihnen nicht eine intuitionistische Zusammenfassung fertig vorliegender Untersätze in diskursiver Reihenfolge stattfindet, sondern daß dieses endliche Axiomensystem die Endlosigkeit der Unteraussagen erst aus sich heraus entspringen läßt. Denn sollen die endlos vielen einzelnen Sachverhalte, die den Inhalt der in den Axiomen subsummierten einzelnen Untersätze bilden, in einem notwendigen Gesetz stehen, so muß dieses Gesetz eine Form darstellen, durch welche der Verstand die endlose Wirklichkeit aus seinem inneren Wesen heraus erzeugt und diese dadurch beherrscht. Dieses Gesetz muß die Endlosigkeit übersteigen, es muß transfinit sein. Da in den Axiomen der begriffliche Ausdruck des transfiniten Gesetzes liegt, und sie den Wesensentwurf des Endlichen enthalten, ist es für sie selber wesentlich, daß sie als System endlich-vieler Formen die ganze Endlosigkeit der „Einzelformen", d. i. formalistisch gesprochen derjenigen Formen, die bei inhaltlicher Deutung auf einzelne besondere mathematische Sachverhalte hinweisen, aus sich hervorgehen lassen. Der Standpunkt, der das zugibt, muß in ihnen das transfinite Gesetz ausgedrückt finden, und ist daher wesentlich ein Transfinitismus. (Der transfinite Sinn des sog. finiten Ansatzes ist auch schon in der Formulierung ersichtlich, die das Problem bei Hilbert findet. Die Fassung:

Widerspruchsfreiheit = Unmöglichkeit eines Widerspruchs[1]) weist ausdrücklich darauf hin, daß hier die Gültigkeit des Satzes vom tertium non datur vorausgesetzt werden muß, denn Negation des Widerspruchs wird hier unmittelbar gleichbedeutend gesetzt mit Unmöglichkeit des Widerspruchs. Das Kriterium dafür aber, ob ein Bereich transfinit ist oder nicht, besteht in der Entscheidung, ob der betreffende Satz anzuwenden ist oder nicht.)

Auch innerhalb der Lehre von den unendlichen Mengen ist eine entsprechende Deutung durchzuführen. So sind z. B. alle die Aussagen, welche die natürlichen ganzen Zahlen charakterisieren, nur deshalb sinnvoll und haben nur darum eine existentielle Bedeutung, weil sie in ihren Eigenschaften als endliche Anzahlen mathematisch bestimmt sind durch das transfinite Mengengesetz, in dem sie stehen und enthalten sind. Ihr Wesen ist das transfinite Gesetz und ihr „Sinn" besteht darin, die reale Erfüllung dieses Gesetzes zu sein. Erst dadurch erwerben sie sich das Recht, endliche Anzahlen zu heißen. Die endliche Anzahl ist daher nur deshalb wirklich individualisierbar, weil sie als eine endliche Kardinalzahl zu gelten hat, d. h. weil mit Hilfe des transfiniten (Hilbertschen) Axioms des Enthaltenseins (= ε Axiom) aus einer ihr übergeordneten transfiniten Mächtigkeit ihre Wesenseigenschaften deduziert werden können. Weil sich ihr Sinn darin erschöpft, die reale, weil endliche Erfüllung eines transfiniten Mächtigkeitsgesetzes zu sein (s. früher), so besteht andererseits der ganze Sinn dieses Gesetzes darin, der Wesensort jeder in ihm enthaltenen endlichen Anzahl zu sein. Es ist daher darauf angewiesen, eine reale Erfüllung in dem endlosen Nacheinander der einzelnen konstruktiv vorgegebenen endlichen Anzahlen zu finden.

Aus diesem Verhältnis der beiden Komponenten des Gegenstandsganzen, dem endlich-realen und dem transfinit-idealen Teil, folgt, daß auch alle Eigenschaften und Relationen, welche zwischen den endlichen Kardinalzahlen herrschen, endliche Realisierungen transfiniter Sachverhalte und Wesensbestimmungen sind. So sind z. B. die Ordnungsrelationen, die zwischen den endlichen Anzahlen herrschen, erst dadurch, daß sie begründet sind im transfiniten Mengengesetz, sinnvoll. Nur weil sie an Dingen vorkommen, die mathematisch als Abschnitte von unendlichen Mengen aufzufassen sind, besitzen sie Existenz.

Es gehört zum Wesen der Menge überhaupt, daß für sie die Möglichkeit einer Ordnung ihrer Elemente in der Form der Wohlordnung bestehen muß. Jede Ordnungsrelation zwischen endlichen Größen hat ihren eigentlichen Existenzgrund in der transfiniten

1) s. Hilbert u. Bernays, l. c., § 1.

Wohlordnung. So existiert z. B. die ganz spezielle Ordnung, unter der die Elemente der natürlichen positiven Zahlen stehen, welche die 1 zum Anfangselement macht usw., nur deshalb, weil sie eine endliche Repräsentation des transfiniten Wohlordnungsgesetzes ist. Eine dem philosophischen Sinne unserer Darlegungen entsprechende Deutung der von Dedekind geschaffenen Theorie der Zahlen muß daher die Bedeutung dieser Theorie darin erblicken, daß in ihr nicht die bestimmten, an den real vorgegebenen natürlichen Zahlen beobachteten Eigenschaften aufgegriffen werden, um, in die Form mathematischer Sätze gebracht, den mathematischen Inhalt des über diese Zahlen gültigen Axiomensystems zu geben. Denn in diesen Axiomen wird auf die Beziehungen reflektiert, welche zwischen dem sog. „Abschnitt" und dem „Rest" einer Menge überhaupt, also zwischen Gegenständen herrschen, die wesentlich selber Mengencharakter besitzen und daher in einer philosophischen Betrachtung als eine Leistung der idealen Wesenskategorie anzusehen sind. Die bei der besonderen Menge der natürlichen Zahlen herrschenden Ordnungsbeziehungen haben in diesem Zusammenhange nur deshalb Existenz, weil sie als Sonderfälle zu gelten haben, welche als Individuationen der allgemeinen, das Wesen jeder Menge und der sie beherrschenden Ordnung bestimmenden Axiome für die specielle Menge der natürlichen Zahlen Geltung besitzen. Denn ein solches mathematisches Unternehmen würde von der philosophischen Voraussetzung ausgehen, daß der Entwurf alles Wesens im transfiniten Bereich geschieht. Von diesem Bereich aus werden die Bestimmungen getroffen, denen das Endliche unterliegt. Da sich demnach die Wesenserkenntnisse über die Mengen nicht von „unten", vom Endlichen her aufbauen, so kann ein Axiomensystem, welches über eine ganz bestimmte Menge gelten soll, wie das der Fall ist bei den Peanoschen Axiomen, die sich auf die natürlichen Zahlen beziehen, nur selber wieder begründet sein ni einem noch ursprünglicheren System, welches nicht eine Axiomatik aufstellt für eine Menge von ganz bestimmter Mächtigkeit und ganz bestimmtem Ordnungstypus (bei Peano ist dieser ω), sondern in welchem das Wesen Mächtigkeit überhaupt erfaßt wurde. Erst in dem grundlegenden Begriffe der transfiniten Mächtigkeit überhaupt, Menge überhaupt, u. s. f., kann nämlich selber das Wesen einer bestimmten Mächtigkeit und Menge, etwa der der natürlichen Zahlen, begründet sein. Daher ist es der Sinn jeder individuellen Menge, eine Repräsentation eines Axiomensystems zu sein, welches das Wesen Menge überhaupt bestimmt, und nicht nur für eine ganz bestimmte Menge Gültigkeit hat. Nur als der Repräsentation eines solch allgemeinen Axiomensystems ist es der einzelnen Menge möglich, gerade nur als die besondere vorgegebene Menge zu

existieren, da nur in einer Abstraktion von dieser Art[1]) ihr ganzes Wesen begriffen werden kann.

Auch in der abstrakten Algebra bilden die allgemeinen m.-funktionalen Beziehungen ph. g. den Wesensgrund für die besonderen an den einzelnen Elementen, wie z. B. den besonderen Elementen einer Gruppe aufweisbaren Beziehungen. So wird durch die Axiome der Transitivität, Reflexivität, Symmetrie und Determiniertheit[2]) das Wesen der Gleichheit bestimmt. Alle diejenigen besonderen Relationen, welche diesen Axiomen genügen, werden ph. g. unter einer reflexiven Identität, von der aus sie alle den Namen der Gleichheit erhalten, vereinigt. Und die Elemente, welche durch bestimmte Gleichheitsbeziehung verknüpft werden, werden in einer reflexiven (ph. g.) Identität, die m. g. den Namen Klasse führt, eingeordnet. Die Klasse ist ihrem philosophischen Gefüge nach mit denjenigen Gegenständen gleichzustellen, welche oben als Leistung der spontanen Aktivität der idealen Kategorialform, der Form des Wesens, erkannt wurden, also mit Menge, m.-Funktion u. dgl. Diese Tatsache ist schon deshalb leicht einzusehen, weil die Klasse nichts anderes als eine Menge zu sein hat. Sie ist nämlich die Menge derjenigen Elemente, welche eine mathematische Gleichheitsrelation zu erfüllen imstande sind.

Durch die in der Klasse durchgeführte Reflexion auf das Wesen der Gleichheit und die damit verbundene Abstraktion von den unmittelbar anschaulichen Bestimmungen der besonderen mathematischen Elemente in ihrer einzelnen Vorgegebenheit wird es ph. g. für die Mathematik möglich, das die Individualitäten begründende Wesen zu erfassen und aus der Kenntnis dieses Wesens heraus erst zur wirklichen Anschaulichkeit und Besonderung, der „Konstruktion" der einzelnen Elemente zu gelangen. Jede individuelle Gleichheit, wie sie z. B. in der Gleichung $1 = 1$ oder $1 + 1 = 2$ besteht, hat nur deshalb einen theoretischen Existenzgrund, weil die einander gleichgesetzten Größen ein und derselben Klasse angehören. (Insbesondere gilt die „Identität" $z = z$[3]) nur deshalb, weil z als Element einer Klasse faßbar ist.) Das Wesen der Gleichheit ist also in der Klassenbildung theoretisch einbegriffen.

In den verschiedenen axionatischen Systemen der abstrakten Algebra[4]) wird ph. g. das Wesen der Operation mit besonderen

1) Nicht jede Abstraktion ist auch theoretisch fruchtbar und vermag Ausdruck von Wesensverhältnissen zu sein. Es gibt, wie hier nicht weiter gezeigt werden soll, auch völlig leere Abstraktionen, die nur um der Abstraktion selbst willen bestehen, den theoretischen Aufbau des Gegenstandes aber in keiner Weise fördern.

2) s. O. Haupt, Einf. in die Algebra, Lpzg. 1929, S. 2 ff.

3) z bedeutet eine Zahl aus einem beliebigen Zahlkörper.

4) s. O. Haupt, l. c., S. 7 ff.

Elementen in sehr verallgemeinerter Weise begründet. Die Axiome müssen den Existenzgrund der Elemente, wie sie der Algebra zum Gegenstande dienen, darstellen, und auch die Existenz von algebraischen Gleichheitsbeziehungen begründen. Sie haben sich dazu des begrifflichen Mittels der Klassenbildung zu bedienen.

Wie für die Gleichheit, so gilt auch für die Operationen wie Addition, Subtraktion u. s. f., daß jede besondere Vornahme einer derartigen Operation im einzelnen Falle nur deshalb existiert, weil sie eine besondere Repräsentation des in den Axiomen niedergelegten W e s e n s der Operation überhaupt ist.

Es wäre die Aufgabe einer besonderen Schrift, ähnliche Betrachtungen auch noch für andere Gebiete der Mathematik durchzuführen. So müßte z. B. eine im gleichen Sinne durchgeführte Deutung der Geometrie zeigen, daß die Bestimmungen der euklidischen Geometrie erst als „Spezialisierungen" nichteuklidischer Sachverhalte existieren. Die nichteuklidische Geometrie darf daher nicht als eine leere Verallgemeinerung, als rein formale „Abstraktion" der euklidischen angesehen werden, denn aus ihr werden die Grundsätze ableitbar, die das Wesen und den Existenzgrund jeder besonderen, also auch der euklidischen Geometrie enthalten. Genau wie sich die algebraischen Axiome der Klassenbildung bedienen, so müßten, wenigstens in derjenigen Geometrie, als deren Spezialfall die euklidische zu gelten hat, die geometrischen Axiome mit Hilfe des durch eine ideale Reflexion (ph. g.) gewonnenen Begriffes der Abbildungsgruppe das Wesen der geometrischen Gegenstände begrifflich erfassen.

Anhang.

I. Wir wählen für die Kategorien, die wir mit ideal bzw. real bezeichnen, nicht die von Windelband und Lask eingeführten Bezeichnungen „reflexiv" bzw. „konstitutiv", trotzdem sich reale und konstitutive Form einerseits, sowie ideale und reflexive Form andererseits einander deshalb nahekommen, weil sich die ersten beiden Kategorien in gleicher Weise auf das sinnliche Gebiet richten, während die andern Formen gemeinsam im Gebiete des Nichtsinnlichen zu Hause sind. Die Hauptunterschiede zwischen den oben vertretenen Kategorienbegriffen (der Begriffen der idealen und der realen Form) und den andern, besonders von Lask vertretenen Auffassungen vom Wesen der Kategorie gehen im Verlaufe des Textes hervor. Hier soll nur von einer Schwierigkeit, die wir im Laskschen Ansatz anzutreffen glauben, gesprochen werden. Lask sieht in der reflexiven Kategorie, z. B. der Identität, eine von aller Gegenständlichkeit losgelöste, gänzlich „verblaßte", ausgehöhlte Form, die nicht mehr Gegenstände zu konstituieren, sondern nur die reine Möglichkeit bestimmter mit inhaltlicher Fülle ausgestatteter Gegenstände zu begründen vermag. (Sie hat nicht als Form der Form zu gelten, sondern höchstens als Form der Möglichkeit einer konstitutiven Formung.) Das Wirken dieser reflexiven Kategorie legt nach dieser Auffassung Zeugnis ab von einer Einmischung des Subjekts in die an sich bestehenden theoretischen Sinn- und Sachverhalte.

Wir sind, abgesehen von grundlegenden weltanschaulichen Differenzen, allein schon von der Unmöglichkeit der einwandfreien Durchführung einer auf diesen Kategorienbegriff aufbauenden Kategorienlehre überzeugt. Denn dadurch, daß Lask neben den gegenstandskonstituierenden, ermöglichenden Formen auch noch Kategorien anderer Art annimmt, die das von den konstitutiven Formen vergegenständlichte Material höchsens zu verkünsteln, zu deuten und etwa zu organisieren vermögen, entsteht vor allem die Schwierigkeit: Als theoretische Form muß die reflexiv-subjektive Kategorie ebenso auf ein Material „hingelten" und es mit einem Sinn belegen, wie es bei den objektiv-konstitutiven Formen auch

der Fall ist. Da aber alle echte Ermöglichung des theoretischen Sinnes und aller Bedeutung gerade in die objektiv geltende Form hineinverlegt wird, so müßte auch der der reflexiven Form entstammende verblaßte subjektive Sinn seinen Ermöglichungsgrund in der objektiven Form haben. Das hätte aber zur Folge, daß auch die reflexive Kategorie zur gegenstandskonstituierenden Form werden müßte, also ihren Charakter, die subjektive Form der Einmischung in den objektiven Sinn zu sein, völlig aufgeben müßte. Die hier angedeutete Schwierigkeit glauben wir oben dadurch überwunden zu haben, daß wir alle Kategorienschichten als in einer Grundsphäre ursprünglich vereinigt ansehen. Aus dieser Auffassung ergeben sich freilich Folgerungen, die von den bei Lask vorkommenden sehr verschieden sind (s. Kap. IV.).

II. Es dürfte hier nötig sein, den Unterschied klarzulegen, der zwischen der reflexiven Identität, durch welche die einander homogenen Gegenstände logisch vereinigt werden, und der von Leibniz mit der Homogeneität in Beziehung gebrachten Aehnlichkeit zwischen Gegenständen besteht.

Werden homogene Gegenstände in einer homogenen Identität vereinigt, so geschieht gleichzeitig damit ihre Verschiedensetzung, und zwar sollen sie im quantitativen Sinne, ihrer anschaulichen Lage nach, verschieden sein. Diese Verschiedenheit ist nur dadurch bestimmt, daß sie homogener Natur sein soll, d. h. daß sie in quantitativen Beziehungen ausdrückbar ist; eine nähere Bestimmung darüber, wie diese quantitativen Lagebeziehungen beschaffen sein müssen, hat diese Verschiedenheit nicht zu leisten. Schränkt man nun diesen Begriff der homogenen Verschiedenheit derartig ein, daß quantitative Verschiedenheit zwischen Gegenständen jetzt bedeutet: die betr. Gegenstände sind nur unterscheidbar, wenn man sie unmittelbar nebeneinanderhält und sie so vergleicht, stimmen aber vollständig überein in den quantitativen Verhältnissen, durch welche sie mathematisch bestimmt werden, so kommt man zu dem Begriff der Aehnlichkeit. So sind z. B. eine Kurve und eine Gerade zueinander nicht ähnlich, aber homogen, weil beide jeweils durch andere Lagebeziehungen, die zwischen ihren Punkten herrschen, bestimmt werden. Wohl aber sind zwei Geraden von der Länge 2 sowie eine andere der Länge 1 einander ähnlich, da sie nur unmittelbares Aneinandervergleichen auseinandergehalten werden können. Die homogene quantitative Verschiedenheit der einzelnen Punkte der beiden ähnlichen Strecken ist hier nicht beliebig, sondern erstreckt sich allein in einer einzigen mathematischen Richtung, sie hat die Dimension 1. Wenn daher z. B. Kurve und Gerade „unähnlich verschieden" sind, so haben die Strecken von der Länge 1 bzw. 2 als „ähnlich verschieden" zu gelten.

(Es liegt kein Widerspruch darin, wenn man hier im Gebiete der homogenen Reflexion immer noch einen Unterschied machen kann zwischen einer „qualitativen" Gleichheit und einer ebensolchen Ungleichheit, trotzdem es doch nach obiger Darlegung nur eine Verschiedenheit der rein-anschaulichen Lage nach, nicht aber eine solche im allgemeinreflexiven Sinne gibt. Man hat nämlich zu bedenken, daß eine Verschiedenheit immer logischer, also „qualitativer" Natur ist, auch diejenige der homogenen Reflexion. Verschiedenheit der Lage bedeutet dann: logische (qualitative) Verschiedenheit von Gegenständen, welche nach dem anschaulich quantitativen Gehalt, der ihnen innewohnt, unterschieden werden. Auf quantitative Lageverhältnisse kann also auch der Begriff der „qualitativen" Gleichheit bzw. Ungleichheit angewandt werden, wie es tatsächlich bei der Aehnlichkeit bzw. Unähnlichkeit geschieht.)

Anschließend möge auch noch betont werden, daß man den Begriff der homogenen, quantitativen Identität nicht verwechseln darf mit demjenigen der quantitativen Gleichheit. Es ist nicht der Fall, daß die Gleichheit lediglich diejenige Identität bedeutet, welche sich auf das Gebiet der homogenen, quantitativen Reflexion begibt. Verschiedene Gegenstände werden in einer quantitativen Reflexion zur Identität vereinigt, bedeutet, daß durch diese reflexive Identität die Möglichkeit geschaffen wird, zwischen diesen Gegenständen überhaupt quantitative Beziehungen, wie z. B. die der Gleichheit oder auch die der Ungleichheit aufzustellen.

III. Eine für unsere Zwecke nützliche Definition der mathematischen Funktion ist die als einer Paarmenge, d. h. als der Menge, der Paare, gebildet aus den abbildlich-urbildlich einander zugeordneten Bildpunkten. Dabei wird Punkt in einem abstrakten Sinne von der Art verstanden, daß er als Element einer Menge zu gelten hat. Das sichtbarste Beispiel einer Funktion dürfte das der Zahlenfolge $a_1, a_2 .. a_n ...$ sein, wobei die Indizes $1, 2, 3 ... n$ die Rolle der Urbildungspunkte übernehmen, a_n der n zugeordnete Funktionswert ist.

IV. Zur mathematischen Seite dieser Frage vgl. Haenzel, Eine geometrische Konstruktion der transfiniten Zahlen Cantors. (Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. 170, S. 123 ff.) Hier wird für die transfiniten Ordnungszahlen von ω bis ε ($\varepsilon = \omega^{\omega^{\cdots}}$) gezeigt, daß geometrische Bilder für sie in einem bestimmten Sinne „geometrisch konstruiert" werden können. Der für die Konstruktion zugrundegelegte Raum ist die projektive Ebene, und die dabei angewandten Konstruktionen sind „projektive Grundkonstruktionen", d. h. solche Konstruktionen, welche aus einer endlichen Anzahl von Projektions- und Schnittoperationen bestehen. Es wird nun eine Konstruktionsvorschrift angegeben, nach welcher die Darstellung

einer Zahl immer durch die Reihe der ihr durch die Wohlordnung vorgeordneten Zahlen konstruktiv bestimmt wird. (Also z. B. $n+1$ aus $1 \ldots . n$, oder ω aus $1 \ldots . m \ldots .$ [$1 \ldots . n$, $n+1$, $\ldots . m \ldots .$ = natürliche Zahlen].) Dabei zeigt sich in der Konstruktion auch ein philosophisch wesentlicher Unterschied zwischen denjenigen Zahlen, deren Konstruktion sich an diejenige ihrer unmittelbaren Vorgänger anfügt (wie sich z. B. das geometrische Bild von $n+1$ konstruktiv unmittelbar „nach" demjenigen von n, das von $\omega+n+1$ unmittelbar „nach" demjenigen von $\omega+n$ ergibt), und zwischen denjenigen Zahlen, die keinen unmittelbaren Vorgänger besitzen, und welche nur als Grenzwerte von Zahlen, die ihnen vorhergehen, erfaßt werden können und daher in der Konstruktion die Eigenschaften von Häufungspunkten annehmen. (Z. B. ω, 2ω, ω^2, ω^ω u. s. f.) Zur letzteren Gattung gehören alle diejenigen Zahlen, die, um mit dem im Haupttext gebrauchten Ausdruck zu reden, ph. g. nur durch einen transfiniten Sprung, der durch das transfinite Bildungsgesetz möglich wird, erreicht werden können. Die Stelle des mathematischen Bildungsgesetzes wird im Bereiche der geometrischen Konstruktion durch die mathematische Konstruktionsvorschrift verwaltet. Diese Vorschrift übt in dem vorliegenden Falle, wo es sich um die Konstruktion der Bilder der transfiniten Zahlen handelt, ph. g. auf das Verhältnis zwischen den Zahlen der zweiten Art und zwischen denjenigen, als deren Grenswerte sie zu gelten haben, die genannte Wirkung der reflexiven Trennung und zugleich der entsprechenden Vereinigung aus. Als Grenzwerte bzw. Häufungspunkte werden sie durch das transfinite sie ordnende Bildungsgesetz von den sich ihnen „annähernden" Zahlen wesentlich unterschieden. Aber als Zahlen, die mit diesen letzteren gleichzeitig dem mathematischen Bildungs- bzw. Konstruktionsgesetz untergeordnet sind, also gleichzeitig mit ihnen „konstruktiv" erfaßt werden, werden sie ph. g. von der im mathematischen Gesetz wohnenden Identität mit den „Annäherungszahlen" unter eine Einheit gebracht.

V. Das Lösbarkeitsproblem stellt die Frage, ob die Lösbarkeit jedes mathematischen Problems formalistisch existiert, also die Annahme der allgemeinen Lösbarkeit jedes Problems keinen Widerspruch enthält. Dabei hat der Begriff der Lösbarkeit offenbar den Sinn der Möglichkeit, ein Problem durch eine Antwort zu befriedigen, für welche die Entscheidbarkeit im Sinne des Entscheidbarkeitsproblems [1]) besteht, d. h. die Antwort muß auf ihre Allgemeingültigkeit bzw. Erfüllbarkeit hin entscheidbar sein.

---

1) Das Problem der Entscheidbarkeit hat bei Hilbert den bestimmten Sinn, wie eine Form auf hire Allgemeingültigkeit bzw. Erfüllbarkeit hin entschieden werden kann. (Allgemeingültigkeit einer Form = gleichbedeutend mit Wahrheit der Form im Falle jeder Einsetzung;

VI. Wenn hier die Axiome (synthetischen Grundsätze) in gewissem Sinne als transzendental gleichbedeutend mit den Grundregeln der formalen Logik hervorgehen, so braucht nicht betont zu werden, daß diese Auffassung der Kantschen nicht ohne weiteres entspricht. Für Kant haben die formallogischen Gesetze als diejenigen Formen zu gelten, denen die Begriffe lediglich als logische Gebilde, nicht aber in ihrer Eigenschaft als die in der Kategorie begründeten logischen Mittel des gegenständlichen Erkennens, zu unterstehen haben. In den synthetischen Grundsätzen dagegen und den Axiomen kommen diejenigen Regeln zum begrifflichen Ausdruck, nach welchen die sinnlich vorgebbaren Gegenstände der Naturwissenschaft zu verknüpfen sind. Während die formalen Regeln als ihr oberstes Prinzip den Satz des Widerspruchs anerkennen, also nach Kant die Aufgabe haben, nur im Dienste der rein logischen Analyse zu stehen, haben die synthetischen Grundsätze die Vorschriften über die Art und Weise zu enthalten, wie die in der sinnlichen Anschauung vorgegebenen und vorgebbaren, von den Kategorien durch Synthese der anschaulichen Mannigfaltigkeit erzeugten Gegenstände in synthetische wissenschaftliche Beziehungen zu bringen sind.

Man hat nun gegen Kant, vielleicht durch die kategorialen Analysen Hegels aufmerksam gemacht, den berechtigten Einwand erhoben, daß er den Begriff der Kategorie einseitig auf das Gebiet derjenigen Gegenstände eingeschränkt habe, die in dem Bereiche der sinnlichen Anschauung konstituiert sind, anstatt auch nichtsinnliche Gebilde, wie Begriffe und Urteile selber zu Gegenständen kategorialer Formung werden zu lassen. Als Folgerung aus diesem Einwand ist die von Lotze zuerst durchgeführte und von den Vertretern der Wertphilosophie aufgenommene Einteilung der Kategorien in zwei Gruppen, die Gruppe der sinnlichen und diejenige der nichtsinnlichen Kategorien zu betrachten. (In der vorliegenden Darstellung wird dieser Unterschied der beiden Formgruppen zum Gegensatz zwischen idealer und realer Kategorie.) Dieser Erweiterung des Kategorienbegriffes zufolge gibt es auch im nichtsinnlichen (idealen) Gegenstandsgebiet für die diesem Gebiet entsprechende Kategorie eine kategoriale Aufgabe der Gegenstandsformung, die Aufgabe einer synthetischen Leistung. Nur liegt dasjenige, was hier synthetisch vereinigt werden soll, nicht in der sinnlichen Anschauung, sondern in einer Anschauung „höherer" Art verankert. (Wir haben die betr. Anschauung die ideale genannt.) Und was im Gebiete der realen Kategorie dann der für den sinnlichen Gegenstand gültige synthetische Grundsatz ist, das hat im

Erfüllbarkeit einer Form = gleichbedetend mit Wahrheit der Form nur im Falle bestimmter Enisetzungen; s. hierzu Hilbert u. Bernays I, S. 130.)

idealen Bereiche ein synthetischer Grundsatz über ideale Gegenständlichkeiten zu bedeuten. Diese ideal-synthetischen Grundsätze sind nun nichts anderes als die Axiome und Regeln der formalen Logik. Wie die synthetischen Grundsätze des sinnlichen Kategoriengebietes ein formales Bild geben von dem Wirken der realen Kategorie, so ist der ihnen entsprechende Grundsatz des idealen Bereiches als die bildliche Erstarrung anzusehen, durch welche die spontane Tätigkeit der idealen Kategorie sich gleichsam verfestigt und dem logischen Blicke sichtbar wird.

VII. Aus der Tatsache, daß die ideale Wesensbestimmung einerseits und die reale Darstellung des Wesens in der Sinnlichkeit andererseits im mathematischen Bereiche durch die Begriffe Unendlich bzw. Endlich vertreten wird, und daß infolge der das Wesen und seine real-sinnliche Gestalt ursprünglich begründenden Ganzheit auch Unendlichkeit und Endlichkeit ihre ursprüngliche Vereinigung und Ermöglichung finden, ergeben sich für beide Begriffe weitere grundlegende Folgerungen, die in dieser Untersuchung nur in vorläufiger Weise angedeutet werden können.

So kann demnach das Unendliche nicht einen „absoluten" Bereich kennzeichnen, der in eigener Freiheit eine Welt der endlichen Körper aus sich heraus erzeugen könnte, und diese endliche Welt als seine Schöpfung und als von sich abgeleitet betrachten müßte, im übrigen aber völlig unabhängig von ihr und nicht auf sie angewiesen, „jenseits" von Raum und Zeit und der körperlichen Wirklichkeit existieren könnte. Wenn oben die Rede von einem „Ueberstieg" des Unendlichen über das Endliche war, so muß von hier aus gesehen der Sinn dieses Ueberstieges im Wesen eines Unendlichen begründet sein, dessen Aufgabe darin besteht, über die einzelne räumlich-zeitliche Gegebenheit und die sie einschränkenden Grenzen hinauszuschreiten, um dieser so als Vertreter der Wesenskategorie gleichsam aus dem Ueberblick über die Einzelheiten heraus den Sinn geben zu können, den sie gerade in ihrer endlichen Wirklichkeit in Raum und Zeit zu erfüllen hat. Nur als gleichzeitiger „Hineinstieg" in die Endlichkeit darf der dem Unendlichen eigene Ueberstieg verstanden werden, da das Unendliche ursprünglich mit der Endlichkeit ganzheitlich verbunden ist und selber nur auf dem Grunde dieser Ganzheit zu existieren vermag.

Aber nicht nur das im mathematischen Bereiche auftretende „theoretische" Unendlich, sondern auch die rein philosophische Unendlichkeit, die dem Bereiche der Idee entstammt, gründet in der ursprünglichen Ganzheit, durch die sie mit „ihrer" Endlichkeit ursprünglich verknüpft ist. Auch sie kann dieser Endlichkeit nicht im Sinne eines „Absoluten" gegenüberstehen, sondern muß mit ihr gleichsam von Grund auf verwachsen sein. Die ganzheitliche Ver-

bundenheit dieses Unendlichen mit dem Endlich-Körperlichen besteht somit nicht nur darin, stets den Sinn zu liefern, der dem Körper aufzuprägen ist; denn diese Aufgabe würde auch ein Unendliches, welches die Prägung des unwirklich Absoluten aufweist, erfüllen können. Von dem Unendlichen, welches in der Ganzheit, die Geistiges und Körperliches, Unendliches und Endliches ursprünglich vereinigt, begründet ist, muß verlangt werden, daß es als das eigentlich Wirkliche der Wirklichkeit gelten kann. Nur deshalb vermag es Existenz zu besitzen, weil es gleichsam mit dem Körperlich-Endlichen zusammen aus einer gemeinsamen Wurzel heraus- und über dieses Endliche hinauswächst. Daher wäre sein Wesen verkannt, wenn man es mit einem „absoluten", unwirklichen Bereiche gleichstellen wollte, und es ihm so lediglich zur Aufgabe machte, mit dem Endlich-Körperlichen in eine rein logische Beziehung einzugehen, oder auch als etwas, das „jenseits" der körperlichen Wirklichkeit steht, die Welt der Körper aus sich heraus zu erzeugen.

Literatur:

Becker, O.: Mathematische Existenz. (Sonderdruck aus: Jahrbuch für Philosophie u. phänomenolog. Forschung.) Halle 1927.

Brouwer, L. J.: I. Intuitionistische Mengenlehre. (Jahresberichte der deutschen Mathem. Ver. 28 [1919], S. 203—208.)
II. Zur Begründung der intuitionistischen Mathematik. (Mathem. Annalen, A. 93 [244—257]; B. 95 [S. 453—473]; C. 96 [S. 451—488].)
III. Ueber die Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik. (Journal f. reine u. angew. Mathematik, 154, 1925, S. 1-7.)

Fichte: Wissenschaftslehre, Tübingen 1794.

Haenzel: Eine geometrische Konstruktion der transfiniten Zahlen Cantors. (Journal für die reine und angewandte Mathem., Bd. 170, 1934, S. 123 ff.)

Hartmann, E. v.: Kategorienlehre, Lpzg. 1896.

Laupt, O.: Einführung in die Algebra, Bd. 1 u. 2. Lpzg. 1929.

Herrigel, E.: I. Urstoff und Urform. (Ein Beitrag zur philosophischen Strukturlehre.) Tübingen 1926.
II. Die metaphysische Form. (Eine Auseinandersetzung mit Kant.) 1. Halbband: der mundus sensibilis. Tübingen 1929.

Hessenberg: Grundbegriffe der Mengenlehre. (Sonderdruck aus den Abhandlungen der Friesschen Schule.) Göttingen 1906.

Heyting: Mathem. Grundlagenforschung: Intuitionismus und Beweistheorie (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Bln. 1935).

Hilbert, D.: I. Grundlagen der Geometrie. 5. Aufl. Lpzg. 1922.
II. Axiomatisches Denken. (Math. Annalen, 78, 1918, S. 405—419.)
III. Ueber das Unendliche. (Ebenda, 95, 1925, S. 161-190.)

Hilbert u. Ackermann: I. Grundzüge der theoretischen Logik. 2. Aufl. Berlin 1938.

Hilbert u. Bernays: I. Grundlagen der Mathematik. 1. Bd. Bln. 1934.

Kant, I.: I. Kritik der reinen Vernunft. 1. u. 2. Aufl.
II. Prolegomena.

Lask, E.: Die Logik der Philosophie und die Kategorienlehre. Tübingen 1924.

Leibniz, G. W.: Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie (übers. von Buchenau). Bd. I. u. II.

Mahnke, D.: Leibniz als Begründer der symbolsichen Mathematik, Abschn. I. („Isis", Zeitschrift d. intern. Gesellsch. f. Gesch. d. Wissenschaften, 1927.)

Rickert, H.: I. Das Eine, die Einheit und die Eins. Tübingen 1924.
II. Die Logik des Prädikats. Heidelberg 1930.
III. Der Gegenstand der Erkenntnis. 3. Aufl. Tübingen 1913.

Windelband, W.: Die Prinzipien der Logik. (Enzyklopädie der philos. Wissenschaften, Abt. Logik.) Tübingen 1912.

Lebenslauf.

Der Verfasser der vorliegenden Abhandlung, Friedrich Christian Simon Josef Kaulbach, Angehöriger des Deutschen Reiches, ist am 15. Juni 1912 in Nürnberg als der Sohn des prakt. Arztes Dr. Wilhelm Josef Kaulbach und dessen Ehefrau, geb. Lederer, geboren. Hier besuchte er Vor- und Mittelschule. Nach abgelegter Reifeprüfung wandte er sich im Sommer 1931 in Erlangen dem Studium der Philosophie und der Mathematik und Physik zu, das er in Freiburg und München fortsetzte, und zu dem er in den letzten Semestern in Erlangen auch noch dasjenige der Musikwissenschaft hinzunahm. Er nahm an den Vorlesungen und Uebungen folgender Herrn Professoren teil: In der Philosophie: Heidegger, Herrigel, Leser, Zocher; in der Mathematik: Carathéodory, Doetsch, Haupt, Krull, Tietze, Zermelo; in der Physik: Gudden, Mie; in der Musikwissenschaft: Steglich.

Es ist dem Verfasser ein Bedürfnis, an dieser Stelle allen diesen Herrn Professoren seinen Dank für die bei ihnen erhaltene Förderung auszusprechen. Besonders schuldet er Herrn Prof. Dr. O. Haupt Dank. Wegen der tiefgehenden Aufmerksamkeit, die Herr Prof. Haupt auch den philosophischen Problemen seiner Wissenschaft schenkt, waren seine Hinweise und Ratschläge, die er ohne Mühe zu scheuen, jederzeit dem Verfasser zuteil werden ließ, für diesen in besonderem Maße fördernd.

Weitaus zu tiefstem Dank ist der Verfasser seinem Lehrer in der Philosophie, Herrn Professor Dr. Dr. h. c. Herrigel, verpflichtet. Nur durch die in den Büchern, Vorlesungen, Uebungen und persönlichen Belehrungen Herrn Professor Herrigels genossene Ausbildung und philosophische Erziehung wurde der Verfasser in den Stand gesetzt, eine selbständige Fragestellung wagen zu können. Da er Herrn Professor Herrigel stets auch als seinen Meister verehren durfte, hat er ihm jedoch nicht nur in sachlicher, sondern auch in persönlicher Hinsicht besonders viel zu verdanken.